
الجبر

الوحدة الأولي (الأعداد الحقيقية)

- الجذر التكعيبي للعدد النسبي
- مجموعة الأعداد غير النسبية
- مجموعة الأعداد الحقيقية
- الفترات
- العمليات علي الفترات
- العمليات علي الأعداد الحقيقية
- العمليات علي الجذور التربيعية
- العددان المترافقان
- العمليات علي الجذور التكعيبية
- تطبيقات علي الأعداد الحقيقية
- حل المعادلات من الدرجة الأولي
- حل المتباينات من الدرجة الأولى



الجذر التكعيبي للعدد النسبي

تعريف

الجذر التربيعي للعدد النسبي ا هو العدد الذي مكعبه يساوى ا ويرمز للجذر التكعيبي بالرمز ($\sqrt[3]{\ }$) والجذر التكعيبي له قيمه وحيدة.

أمثلة على الجذر التكعيبي للعدد النسبي :-

$\sqrt[3]{٨} = ٢$ (لأن : ٢ × ٢ × ٢ = ٨)

$\sqrt[3]{١٠٠٠} = ١٠$ (لأن : ١٠ × ١٠ × ١٠ = ١٠٠٠)

$\sqrt[3]{-٥١٢} = -٨$ (لأن : -٨ × -٨ × -٨ = -٥١٢)

أي أن الجذر التكعيبي لعدد نسبى ما هو حاصل ضرب عدد ما فى نفسه ٣ مرات يكون الناتج هذا العدد النسبي

ملاحظات هامة

١ الجذر التكعيبي للعدد النسبي الموجب يكون موجبا

٢ الجذر الكعيبي للعدد النسبي السالب يكون سالبا

(أي أن الجذر التكعيبي يأخذ نفس إشارة العدد)

٣ الجذر التكعيبي للعدد النسبي صفر هو الصفر

٤ $\sqrt[3]{ا^{٣}} = ا$ ، $\sqrt[3]{(-ا)^{٣}} = -ا$ (لأن التكعيب لا يغير الإشارة السالبة)

٥ المعادلة التى على صورة : $س^{٣} = ا$ لها حل وحيد فى ن هو : $س = \sqrt[3]{ا}$

أى أن : للتخلص من التكعيب نأخذ الجذر التكعيبي للطرفين وللتخلص من الجذر التكعيبي يجب تكعيب الطرفين وذلك فى المعادلات.

٦ $\sqrt[3]{ا^{ن}} = ا^{\frac{ن}{٣}}$ ⟸ أى أنه عند التخلص من الجذر التكعيبى نقسم الأس على ٣

$\sqrt[3]{ا^{١٢}} = ا^{٤}$ أو $\sqrt[3]{س^{٦}} = س^{٢}$

٧ $\sqrt[3]{ا} \times \sqrt[3]{ا} \times \sqrt[3]{ا} = ا$

طرق ايجاد الجذر التكعيبي للعدد النسبي المكعب الكامل :-

➢ بإستخدام الآلة الحاسبة

➢ بتحليل العدد لعواملة الأولية

فمثلاً :

- $\sqrt[3]{٨} = ٢$
- $\sqrt[3]{١٢٥} = ٥$
- $\sqrt[3]{-٢٧} = -٣$

أوجد الجذر التكعيبي للأعداد التالية بإستخدام التحليل ثم تأكد من أجابتك بإستخدام الآلة الحاسبة :-

(١) $\sqrt[3]{٢١٦} = ٢ \times ٣ = ٦$

(٢) $\sqrt[3]{-\frac{٦٤}{٣٤٣}} = \frac{٤}{٧}$ ، $٢ \times ٢ = ٤$

(٣) $\sqrt[3]{٣\frac{٣}{٨}} = \sqrt[3]{\frac{٢٨}{٨}} = \frac{٣}{٢}$

(٤) $\sqrt[3]{١٢٨ - ٣} = \sqrt[3]{١٢٥} = ٥$

(٥) $\sqrt[3]{٦٠ + ٤} = \sqrt[3]{٦٤} = ٤$

٢١٦	٢
١٠٨	٢
٥٤	٢
٢٧	٣
٩	٣
٣	٣
١	

٦٤	٢
٣٢	٢
١٦	٢
٨	٢
٤	٢
٢	٢
١	

٣٤٣	٧
٤٩	٧
٧	٧
١	

فى حالة وجود عملية جمع أو طرح تحت الجذر يجب إنهاء عملية الجمع أو الطرح أولا ثم نوجد الجذر لناتج العملية.

أجب بنفسك

(١) $\sqrt[3]{٧٢٩} =$ ....

(٢) $\sqrt[3]{٠,٠٠١} =$ ....

(٣) $\sqrt[3]{\frac{١٢٥}{٢٧}} =$ ....

(٤) $\sqrt[3]{\frac{٣٤٣}{٢٧٤٤}} =$ ....

(٥) $\sqrt[3]{\frac{٦٤}{١٧٢٨}} =$ ....

(٦) $\sqrt[3]{٢\frac{١٠}{٢٧}} =$ ....

حل معادلات الدرجة الثالثة فى ح

مثال(١) : أوجد مجموعة حل كلا من المعادلات الآتية في ح :

① س^{٣} − ١٢ = ١٥

س^{٣} = ١٥ + ١٢

س^{٣} = ٢٧

س = $\sqrt[٣]{٢٧}$

س = ٣

م.ح = { ٣ }

② ٥س^{٣} + ١٣ = ٨

٥س^{٣} = ٨ − ٣

٥س^{٣} = ٥ بالقسمه على ٥

س^{٣} = ١

س = $\sqrt[٣]{١}$ ⇐ س = ١

م.ح = { ١ }

③ $\frac{١}{٤}$ س^{٣} − ٩ = ٧

$\frac{١}{٤}$ س^{٣} = ٧ − ٩

$\frac{١}{٤}$ س^{٣} = − ٢ (× ٤)

٤ × $\frac{١}{٤}$ س^{٣} = − ٢ × ٤

س = $\sqrt[٣]{-٨}$ ⇐ س = −٢

م.ح = { −٢ }

④ (١ − ٢س)^{٣} = ١٢٥

بأخذ الجذر التكعيبي للطرفين

١ − ٢س = ٥

− ٢س = ٥ − ١

− ٢س = ٤ بالقسمه على −٢

س = −٢

م.ح = { −٢ }

⑤ $\sqrt[٣]{س}$ = − $\sqrt[٣]{٤}$

$\sqrt[٣]{س}$ = − ٢

($\sqrt[٣]{س}$)^{٣} = (− ٢)^{٣}

س = −٨

م.ح = { −٨ }

⑥ (٥س − ٢)^{٣} + ١٠ = ١٨

(٥س − ٢)^{٣} = ١٨ − ١٠

(٥س − ٢)^{٣} = ٨

وبأخذ الجذر التكعيبي للطرفين

٥س − ٢ = ٢

٥س = ٢ + ٢

٥س = ٤ ⇐ س = $\frac{٤}{٥}$

م.ح = { $\frac{٤}{٥}$ }

أجب بنفسك

أوجد مجموعة الحل لكل من المعادلات الآتية :−

① س^{٣} + ١٣ = ١٢

② (٢س − ١)^{٣} − ١٨ = ٢٠

③ (س + ٣)^{٣} = ٣٤٣

④ ٢س^{٣} − ٥ = س^{٣} + ٣

تطبيقات علي الجذر التكعيبي لعدد نسبي

هذه التطبيقات سيتم دراستها فيما بعد تفصيلاً ومنها :

حجم المكعب = طول الحرف × نفسه × نفسه = $ل^3$

حجم الكرة = $\frac{4}{3}$ π $نق^3$ (نق طول نصف قطرها)

مثال (١) :- مكعب حجمه $\frac{512}{27}$ سم^3 . أوجد طول حرفه ؟

الحل

∵ حجم المكعب = $ل^3$

∴ طول حرف مكعب = $\sqrt[3]{\frac{512}{27}} = \frac{8}{3}$ سم

مثال (٢) :- كرة حجمها ٣٨٨٠٨ سم^3 . أوجد طول قطر هذه الكرة حيث $\pi = \frac{22}{7}$ ؟

الحل

∵ حجم الكرة = $\frac{4}{3}$ π $نق^3$

∴ ٣٨٨٠٨ = $\frac{4}{3} \times \frac{22}{7}$ $نق^3$

٣٨٨٠٨ = $\frac{88}{21}$ $نق^3$

نق = $\sqrt[3]{9261}$ ⇐ ∴ نق = ٢١ سم

أجب بنفسك

① مكعب حجمه ١٠٠٠ سم^3 أوجد طول حرفه ؟

② كرة حجمها $\frac{1372}{81}$ أوجد طول قطر هذه الكرة ؟



مجموعة الأعداد غير النسبية $\bar{ن}$

العدد غير النسبي

هو العدد الذي لا يمكن وضعه على صورة $\frac{أ}{ب}$ حيث أ ، ب $\in$ ص ، ب $\neq$ صفر
ويرمز لمجموعة الأعداد غير النسبية بالرمز $\bar{ن}$

الأعداد غير النسبية

(١) الجذور التربيعية للأعداد الموجبة التى ليست مربعات كاملة

مثل : $\sqrt{١١}$ ، $\sqrt{١٠}$ ، $\sqrt{٢}$ ، $-\sqrt{١٥}$ ، ....(أي الجذور التربعية التى ليس لها جذر)

حيث أنها تعطي قيم غير مضبوطة ولايمكن وضعها علي صورة عدد نسبي

(٢) الجذور التكعيبية للأعداد الموجبة أو السالبة التي ليست مكعبات كاملة

مثل : $\sqrt[٣]{١٠}$ ، $\sqrt[٣]{-٥}$ ، $\sqrt[٣]{١٦}$ ، .... (أي الجذور التكعيبية التى ليس لها جذر)

حيث أنها تعطي قيم غير مضبوطة ولايمكن وضعها علي صورة عدد نسبي

(٣) النسبة التقريبية π أو (ط)

النسبة التقريبية π عدد غير نسبي لإن π كسر عشري غير منته وغير دائر

بينما $\frac{٢٢}{٧}$ ، ٣,١٤ أعداد نسبية لأنها قيمة تقريبية للعدد π

أمثلة أخري للأعداد غير النسبية

$\sqrt{٢} + ١$ ، $١ - \sqrt[٣]{١٦}$ ، $٢\sqrt{٧}$ ، $-\frac{\sqrt[٣]{٩}}{٥}$

لاحظ أن :

$ن \cap \bar{ن} = \emptyset$ ، $ن - \bar{ن} = ن$ ، $\bar{ن} - ن = \bar{ن}$

مثال (١) : بين أياً من الأعداد التالية ينتمي إلى ن وأيها ينتمي إلي نَ :-

① ٥ ② $\sqrt[٣]{\frac{٢٥}{٤٩}}$ ③ $\sqrt[٣]{-٠,٠٦٤}$ ④ $\sqrt{١٦}$

⑤ $\sqrt{٢٥} + \sqrt[٣]{١٦}$ ⑥ $٠,٢٥$ ⑦ $١,\dot{٢}$ ⑧ $\sqrt{٧}$

الحـــــل

① $٥ \in$ ن ② $\sqrt[٣]{\frac{٢٥}{٤٩}} \in$ نَ ③ $\sqrt[٣]{-٠,٠٦٤} \in$ ن ④ $\sqrt{١٦} \in$ ن

⑤ $\sqrt{٢٥} + \sqrt[٣]{١٦} \in$ نَ ⑥ $٠,٢٥ \in$ ن ⑦ $١,\dot{٢} \in$ ن ⑧ $\sqrt{٧} \in$ نَ

أجب بنفسك

أكمل بإستخدام أحد الرمزين ن أو نَ :-

① $٣ \in$ ..... ② $\sqrt[٣]{١٣} \in$ ..... ③ $\frac{١}{٣} \in$ .....

④ $\sqrt{٩} \in$ ..... ⑤ $\sqrt[٣]{١٢٥} \in$ ..... ⑥ $\sqrt[٣]{-٣٥} \in$ .....

⑦ $٠,\dot{٦} \in$ ..... ⑧ $-٩ \in$ ..... ⑨ $\sqrt{٤٩} \in$ .....

مثال (٢) : أوجد مجموعة حل كلا من المعادلات الأتية في نَ :

① $٤س^٣ - ٢٥ = ٠$

$٤س^٣ = ٢٥$ بالقسمه على ٤

$س^٣ = \frac{٢٥}{٤}$

$س = \sqrt[٣]{\frac{٢٥}{٤}} \in$ نَ

م.ح = $\left\{ \sqrt[٣]{\frac{٢٥}{٤}} \right\}$

② $٦٤س^٣ - ٢ = -٢٩$

$٦٤س^٣ = -٢٩ + ٢$

$٦٤س^٣ = -٢٧$

$س^٣ = -\frac{٢٧}{٦٤}$

$س = \sqrt[٣]{-\frac{٢٧}{٦٤}} = -\frac{٣}{٤} \in$ ن

م.ح = $\emptyset$

أجب بنفسك

أوجد مجموعة حل كلا من المعادلات الأتية فى نَ :-

① $٢س^٣ - ٢٩ = ٣$ ② $\frac{١}{٢}س^٢ - ٥ = ٣$

مما سبق نستنتج أن الأعداد غير النسبية هي :

✓ كل عدد غير نسبي تنحصر قيمته بين عددين نسبيين.

✓ كل كسر عشري غير منته وغير دائر.

✓ كل عدد لا يمكن وضعه على صورة $\frac{أ}{ب}$ حيث أ ، ب ∈ ص ، ب ≠ صفر.

✓ كل عدد لا ينتمي إلي مجموعة الأعداد النسبية ويمكن تمثيله على خط الأعداد .

ايجاد قيمة تقريبية للعدد غير النسبي

مثال (١) أوجد قيمة تقريبية لكل من الأعداد الآتية :-

① $\sqrt{١١}$　　② $\sqrt[٣]{١٢}$

لإيجاد قيمة تقريبية للعدد $\sqrt{١١}$ نتبع الأتي :

⊛ نبحث عن عددين كل منها مربع كامل يحصران العدد ١١ فنجد أنهما ٩ ، ١٦

⊛ نرتب هذه الأعداد ويفضل تصاعديا : ٩ $<$ ١١ $<$ ١٦

⊛ نأخذ الجذر التربيعي للأطراف : $\sqrt{٩} < \sqrt{١١} < \sqrt{١٦}$

أي أن : ٣ $< \sqrt{١١} <$ ٤ أي أن العدد $\sqrt{١١}$ ينحصر بين العددين الصحيحين ٣ ، ٤

⊛ ولإيجاد قيمة تقريبية للعدد $\sqrt{١١}$ نفحص قيم الأعداد التالية :

$(٣,١)^٢ = ٩,٦١$　　$(٣,٢)^٢ = ١٠,٢٤$

$(٣,٣)^٢ = ١٠,٨٩$　　$(٣,٤)^٢ = ١١,٥٦$

⊛ نرتب الأعداد التي تحصر العدد ١١ : ١٠,٨٩ $<$ ١١ $<$ ١١,٥٦

⊛ نأخذ الجذر التربيعي للأطراف : $\sqrt{١٠,٨٩} < \sqrt{١١} < \sqrt{١١,٥٦}$

أي أن : ٣,٣ $< \sqrt{١١} <$ ٣,٤

أي أن : ٣,٣ ، ٣,٤ تعتبر قيم تقريبية للعدد $\sqrt{١١}$

لإيجاد قيمة تقريبية للعدد $\sqrt[٣]{١٢}$ نتبع الأتي :

⊛ نبحث عن عددين كل منها مكعب كامل يحصران العدد ١٢ فنجد أنهما ٨ ، ٢٧

⊛ نرتب هذه الأعداد ويفضل تصاعديا : $٢٧ > ١٢ > ٨$

⊛ نأخذ الجذر التكعيبي للأطراف : $\sqrt[٣]{٢٧} > \sqrt[٣]{١٢} > \sqrt[٣]{٨}$

أى أن : $٣ > \sqrt[٣]{١٢} > ٢$ أي أن : $\sqrt[٣]{١٢}$ ينحصر بين العددين الصحيحين ٢ ، ٣

⊛ ولإيجاد قيمة تقريبية للعدد $\sqrt[٣]{١٢}$ نفحص قيم الأعداد التالية :

$(٢,١)^٣ = ٩,٢٦١$ $(٢,٢)^٣ = ١٠,٦٤٨$

$(٢,٣)^٣ = ١٢,١٦٧$

⊛ نرتب الأعداد التي تحصر العدد ١١ : $١٢,١٦٧ > ١٢ > ١٠,٦٤٨$

⊛ نأخذ الجذر التربيعي للأطراف : $\sqrt{١٢,١٦٧} > \sqrt[٣]{١٢} > \sqrt{١٠,٦٤٨}$

أي أن : $٢,٣ > \sqrt[٣]{١٢} > ٢,٢$

أي أن : ٢,٢ ، ٢,٣ تعتبر قيم تقريبية للعدد $\sqrt[٣]{١٢}$

مثال (٢) أثبت أن :

① $\sqrt{٣}$ ينحصر بين ١,٧ ، ١,٨	② $\sqrt[٣]{١٥}$ ينحصر بين العددين ٢,٤ ، ٢,٥
$(١,٧)^٢ = ٢,٨٩$ $(١,٨)^٢ = ٣,٢٤$	$(٢,٤)^٢ = ١٣,٨٢٤$ $(٢,٥)^٢ = ١٥,٦٢٥$
$(\sqrt{٣})^٢ = ٣$	$(\sqrt[٣]{١٥})^٣ = ١٥$
$٣,٢٤ > ٣ > ٢,٨٩$	$١٥,٦٢٥ > ١٥ > ١٣,٨٢٤٩$
بأخذ الجذر التربيعي للأطراف	بأخذ الجذر التكعيبي للأطراف
$١,٨ > \sqrt{٣} > ١,٧$	$٢,٥ > \sqrt[٣]{١٥} > ٢,٤$
∴ $\sqrt{٣}$ ينحصر بين العددين ١,٧ ، ١,٨	∴ $\sqrt[٣]{١٥}$ ينحصر بين العددين ٢,٤ ، ٢,٥

مثال (٣): أثبت أن : ١ + $\sqrt{٥}$ ينحصر بين ٣,٢ ، ٣,٣

بطرح (١) من كل من الأعداد فيكون : $\sqrt{٥}$ ، ٢,٢ ، ٢,٣

∴ $(٢,٢)^٢ = ٤,٨٤$ $(٢,٣)^٢ = ٥,٢٩$

∴ ٤,٨٤ < ٥ < ٥,٢٩ بأخذ الجذر التربيعي للأطراف الثلاثة

∴ ٢,٢ < $\sqrt{٥}$ < ٢,٣ بإضافة (١)

∴ ٣,٢ < ١ + $\sqrt{٥}$ < ٣,٣

مثال (٤) : أوجد عددين صحيحين متتاليين ينحصر بينهما كلا من :

① العدد $\sqrt{١٢}$ ② العدد $\sqrt[٣]{-٢٠}$

الحل

① نختار عددين صحيحين كلا منهما مربع كامل وينحصر بينهما العدد المطلوب

∵ ٩ < ١٢ < ١٦ بأخذ الجذر التربيعى للأطراف الثلاثة

∴ $\sqrt{٩}$ < $\sqrt{١٢}$ < $\sqrt{١٦}$

∴ ٣ < $\sqrt{١٢}$ < ٤ ∴ العددان هما ٢ ، ٣

② نختار عددين صحيحين كلا منهما مربع كامل وينحصر بينهما العدد المطلوب

∵ -٢٧ < -٢٠ < -٨ بأخذ الجذر التكعيبى للأطراف الثلاثة

∴ $\sqrt[٣]{-٢٧}$ < $\sqrt[٣]{-٢٠}$ < $\sqrt[٣]{-٨}$

∴ -٣ < $\sqrt[٣]{-٢٠}$ < -٢ ∴ العددان هما -٣ ، -٢

أجب بنفسك

① أثبت أن : $\sqrt{٦}$ ينحصر بين ٢,٤ ، ٢,٥

② اثبت أن : $\sqrt[٣]{١٢}$ ينحصر بين ٢,٢ ، ٢,٣

③ اثبت أن : ٢ + $\sqrt{٣}$ ينحصر بين ٣,٧ ، ٣,٨

④ أوجد عددين صحيحين ينحصر بينهما ٢,٦ ، ٢,٧

تمثيل العدد غير النسبي علي خط الأعداد

الطريقة :

أولاً: نوجد الوتر = $\frac{\text{العدد الذى تحت الجذر} + ١}{٢}$

ثانياً : الضلع الأخر = $\frac{\text{العدد الذى تحت الجذر} - ١}{٢}$

فيكون الضلع الثالث = قيمة العدد الغير نسبي

ويتم رسم الضلع الأخر بحيث يكون عموديا على خط الأعداد

ثم من نهايته نركز بسن الفرجار بعد فتحه بفتحه تساوى طول الوتر ونرسم قوس يقطع خط الأعداد عند قيمة العدد الغير نسبى لأنه بذلك يمثل طول أحد ضلعى القائمة فى مثلث قائم

ملحوظة مهمة جداً :

✓ إذا كان العدد موجب نرسم على اليمين

✓ إذا كان العدد سالب فإن إتجاه الرسم يكون على اليسار

مثال (١) : مثل على خط الأعداد العدد الغير نسبي $\sqrt{٥}$

الحـــل

اولا : نوجد الوتر = $\frac{\text{العدد الذى تحت الجذر} + ١}{٢} = \frac{٥ + ١}{٢} = \frac{٦}{٢} = ٣$

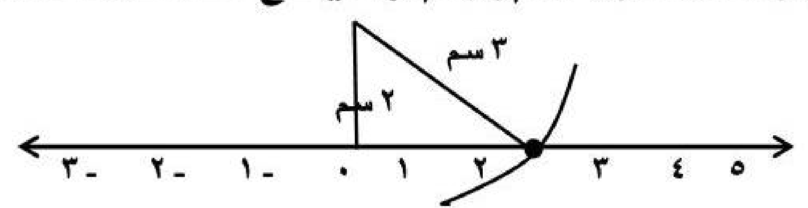
ثانيا: نوجد ضلع القائمة = $\frac{\text{العدد الذى تحت الجذر} - ١}{٢} = \frac{٥ - ١}{٢} = \frac{٤}{٢} = ٢$

يكون الضلع الأخر وهو أحد أضلاع القائمة = $\sqrt{٣^٢ - ٢^٢}$

$= \sqrt{٩ - ٤} = \sqrt{٥}$

∴ نقيم عمودا على خط الأعداد عند الصفر طوله يساوى ٢ سم

ثم نفتح الفرجار فتحة تساوى ٣ سم ونرسم قوسا يقطع خط الأعداد عند القيمة $\sqrt{٥}$



مثال (٢) : مثل على خط الأعداد العدد الغير نسبي ٢ + $\sqrt{٣}$

نفس طريقة الرسم السابقة ولكن نقيم عمودا عند العدد ٢ وليس العدد صفر

الوتر = $\frac{\text{العدد الذى تحت الجذر} + ١}{٢} = \frac{٣ + ١}{٢} = \frac{٤}{٢} = ٢$

ضلع القائمة = $\frac{\text{العدد الذى تحت الجذر} - ١}{٢} = \frac{٣ - ١}{٢} = \frac{٢}{٢} = ١$

١ سم ، ٢ سم

-١ ، ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥

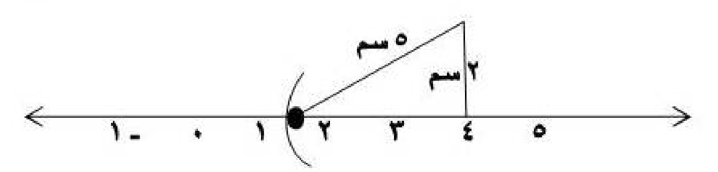
مثال (٣) : مثل على خط الأعداد العدد الغير نسبي ٤ − $\sqrt{٥}$

فى هذا المثال نركز عند العدد ٤ ثم يتم الرسم على يساره

الوتر = $\frac{\text{العدد الذى تحت الجذر} + ١}{٢} = \frac{٥ + ١}{٢} = \frac{٦}{٢} = ٣$

ضلع القائمة = $\frac{\text{العدد الذى تحت الجذر} - ١}{٢} = \frac{٥ - ١}{٢} = \frac{٤}{٢} = ٢$

يكون الضلع الأخر وهو أحد أضلاع القائمة = $\sqrt{٣^٢ - ٢^٢} = \sqrt{٩ - ٤} = \sqrt{٥}$



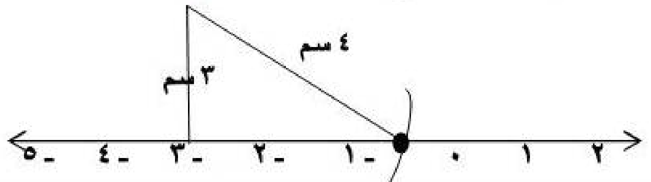
مثال (٤) : مثل على خط الأعداد العدد الغير نسبي -٣ + $\sqrt{٧}$

نركز فى هذه المسألة عند العدد - ٣ ثم نرسم العدد $\sqrt{٥}$ على يمينه

الوتر = $\frac{\text{العدد الذى تحت الجذر} + ١}{٢} = \frac{٧ + ١}{٢} = \frac{٨}{٢} = ٤$

ضلع القائمة = $\frac{\text{العدد الذى تحت الجذر} - ١}{٢} = \frac{٧ - ١}{٢} = \frac{٦}{٢} = ٣$

يكون الضلع الأخر وهو أحد أضلاع القائمة = $\sqrt{٤^٢ - ٣^٢} = \sqrt{١٦ - ٩} = \sqrt{٧}$



تطبيقات

مثال (١): دائرة مساحة سطحها ١١ π سم^2. أوجد طول نصف قطرها ؟

مساحة الدائرة = π نق^2

١١ π = π نق^2 ⟸ نق^2 = ١١ ويأخذ الجذر التربيعي للطرفين

نجد أن : $\sqrt{\text{نق}^2}$ = $\sqrt{11}$ ⟸ نق = $\sqrt{11}$ سم

مثال (٢) : مربع مساحته ١٠ سم^2 . أوجد طول كلا من ضلعه وقطره ؟

مساحة المربع = ل^2 (بمعلومية طول ضلعه)

ل^2 = ١٠ ⟸ ويأخذ الجذر التربيعي للطرفين

$\sqrt{\text{ل}^2}$ = $\sqrt{10}$ ⟸ ل = ± $\sqrt{10}$ سم

ولكن ل طول ضلع يجب ان يكون عدد موجب

∴ ل = $\sqrt{10}$ سم

مساحة المربع = $\frac{\text{ق}^2}{2}$ (بمعلومية طول قطره)

١٠ = $\frac{\text{ق}^2}{2}$

ق^2 = ٢٠ ويأخذ الجذر التربيعي للطرفين نجد أن :

$\sqrt{\text{ق}^2}$ = $\sqrt{20}$ ⟸ ق = $\sqrt{20}$

∴ طول قطر المربع = $\sqrt{20}$ سم

أجب بنفسك

① دائرة مساحة سطحها ٥ π أوجد طول نصف قطرها وكذلك أوجد المحيط ؟

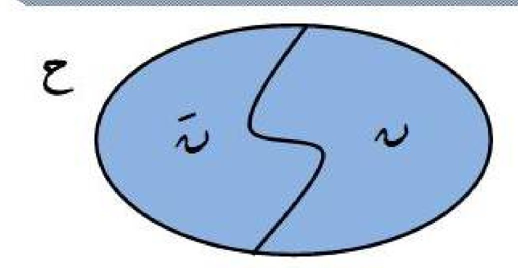
② مربع مساحة سطحه ٢٨ سم^2 أوجد طول كلا من ضلعه وقطره ؟



مجموعة الأعداد الحقيقية (ح)

تعريف

مجموعة الأعداد الحقيقية هي المجموعة الناتجة من اتحاد مجموعة الأعداد النسبية والأعداد غير النسبية ويرمز لها بالرمز (ح) .



$ح_+$ صفر $ح_-$

الأعداد الحقيقية الموجبة و الأعداد الحقيقية السالبة

لاحظ أن :-

1. ن ∪ نَ = ح
2. ن ∩ نَ = ∅
3. ح = $ح_+$ ∪ {٠} ∪ $ح_-$
4. مجموعة الاعداد الحقيقية الموجبة $ح_+$ هي التي تكون أكبر من الصفر وتقع على يمين العدد صفر (أى تلي الصفر) ⟸ $ح_+$ = { س : س ∈ ح ، س > ٠ }
5. مجموعة الاعداد الحقيقية السالبة $ح_-$ هي التي تكون أصغر من الصفر وتقع على يسار العدد صفر العدد صفر (أى تسبق الصفر) ⟸ $ح_-$ = { س : س ∈ ح ، س < ٠ }
6. مجموعة الأعداد الحقيقية بدون الصفر ⟸ $ح^*$ = ح − { ٠ } = $ح_+$ ∪ $ح_-$
7. مجموعة الاعداد الحقيقية غير السالبة
   ⟸ ح − $ح_-$ = $ح_+$ ∪ {٠} = { س : س ∈ ح ، س ≥ ٠ }
8. مجموعة الاعداد الحقيقية غير الموجبة
   ⟸ ح − $ح_+$ = $ح_-$ ∪ {٠} = { س : س ∈ ح ، س ≤ ٠ }
9. كل عدد حقيقي تمثله نقطة وحيدة على خط الأعداد .
10. الاعداد الحقيقية المتساوية تمثلها نقطة وحيدة على خط الاعداد .
11. كل عدد غير نسبي تنحصر قيمته بين عددين نسبيين .
12. الصفر عددا حقيقيا ليس موجبا أو سالبا .

مثال (١): رتب الأعداد الآتية ترتيبا تصاعديا :-

$\sqrt{٢٧}$ ، $-\sqrt{٤٥}$ ، $\sqrt{٢٠}$ ، ٦ ، ٠ ، $\sqrt[3]{-١}$

لترتيب الأعداد الآتية يجب المقارنة بينهما وللمقارنة بينهما يجب أن تكون لهم نفس رتبة الجذور

$٦ = \sqrt{٣٦}$ ، $\sqrt[3]{-١} = -\sqrt{١}$ ، $٠ = \sqrt{٠}$

الأعداد هي : $\sqrt{٢٧}$ ، $-\sqrt{٤٥}$ ، $\sqrt{٢٠}$ ، $\sqrt{٣٦}$ ، $\sqrt{٠}$ ، $-\sqrt{١}$

نرتب الأعداد السالبة أولا ثم الصفر ثم الأعداد الموجبة.

فيكون الترتيب هو : $-\sqrt{٤٥}$ ، $\sqrt[3]{-١}$ ، ٠ ، $\sqrt{٢٠}$ ، $\sqrt{٢٧}$ ، ٦

مثال (٢):- أوجد أربعة أعداد غير نسبية تنحصر بين ٤ ، ٥

أوجد مربع العددين ٤ ، ٥ كما يلي $(٤)^{٢} = ١٦$ ، $(٥)^{٢} = ٢٥$

أختر أربعة أعداد تكون بين ١٦ ، ٢٥ ولتكن ١٧ ، ١٨ ، ١٩ ، ٢٠

∴ $\sqrt{١٦} < \sqrt{١٧} < \sqrt{١٨} < \sqrt{١٩} < \sqrt{٢٠} < \sqrt{٢٥}$

∴ الأعداد غير النسبية المطلوبة هي : $\sqrt{١٧} < \sqrt{١٨} < \sqrt{١٩} < \sqrt{٢٠}$

أجب بنفسك

① رتب تصاعديا : $-\sqrt{٥}$ ، $\sqrt{١٠}$ ، $\sqrt{٤٥}$ ، $\sqrt{٨}$ ، -٣ ، $-\sqrt{١٤}$

② أوجد أربعة أعداد غير نسبية تنحصر بين : ٥ ، ٦ .

مثال (٣): أوجد مجموعة حل كل من المعادلات الآتية في ح :-

① $س^{٢} - ١ = ٩$	② $\frac{٣}{٥} س^{٣} = ٩$	③ $٢س^{٢} + ٦ = ٤$
$س^{٢} = ٩ + ١$	$\frac{٥}{٣} \times \frac{٣}{٥} س^{٣} = ٩ \times \frac{٥}{٣}$	$٢س^{٢} = ٤ - ٦$
$س^{٢} = ١٠$	$س^{٣} = ١٥$	$٢س^{٢} = -٢$ (÷٢)
$س = \pm\sqrt{١٠} \in ح$	$س = \sqrt[3]{١٥} \in ح$	$س^{٢} = -١$
∴ م.ح = $\{\pm\sqrt{١٠}\}$	∴ م.ح = $\{\sqrt[3]{١٥}\}$	$س = \pm\sqrt{-١}$
		$\sqrt{-١} \notin ح$ ، $-\sqrt{-١} \notin ح$
		∴ م.ح = $\emptyset$



الفترات

تمثل مجموعة الأعداد الحقيقية على خط الأعداد عن طريق الفترات ولكن لماذا ؟

لأنه يوجد بين كل عددين نسبيين عدد لا نهائي من الأعداد النسبية وغير النسبية التي يستحيل سردها فى مجموعة وبالتالي لا يمكن تمثيلها علي خط الأعداد لذلك نستخدم طريقه أخري للتعبير عن المجموعات الجزئية من الأعداد الحقيقة وهي الفترات.

الفترة : هي مجموعة جزئية من مجموعة الأعداد الحقيقية

أنواع الفترات

❶ الفترات المحدودة ❷ الفترات غير المحدودة

أولا : الفترات المحدودة :-

إذا كان ا ، ب ∈ ح ، ا < ب

الفترة	التعبير الرياضي	التمثيل بالصفة المميزة	التمثيل علي خط الاعداد
الفترة المغلقة	[ا ، ب]	{س : س ∈ ح ، ا ≤ س ≤ ب}	ا ب
الفترة المفتوحة	]ا ، ب[	{س : س ∈ ح ، ا < س < ب}	ا ب
الفتره نصف المفتوحة / المغلقة	[ا ، ب[	{س : س ∈ ح ، ا ≤ س < ب}	ا ب
	]ا ، ب]	{س : س ∈ ح ، ا < س ≤ ب}	ا ب

ملاحظات علي الفترات المحدودة :-

❶ ا ، ب ∈ [ا ، ب]

❷ ا ، ب ∉]ا ، ب[

❸ ا ∈ [ا ، ب[، ب ∉ [ا ، ب[

❹ ا ∉]ا ، ب] ، ب ∈]ا ، ب]

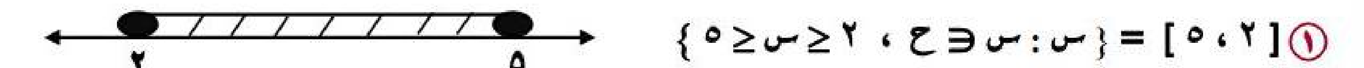
لاحظ أن
عند كتابة الفترة يجب كتابة العدد الأصغر أولا

مثال (١) : عبر عن الفترات الأتية بالصفة المميزة ومثلها علي خط الأعداد :-

① [٢ ، ٥] ②]-٣ ، ٤]

③ [٠ ، ٥[④]١ ، ٣[

الحـــل



① [٢ ، ٥] = {س : س ∈ ح ، ٢ ≤ س ≤ ٥}

②]-٣ ، ٤] = {س : س ∈ ح ، -٣ < س ≤ ٤}

③ [٠ ، ٥[= {س : س ∈ ح ، ٠ ≤ س < ٥}

④]١ ، ٣[= {س : س ∈ ح ، ١ < س < ٣}



تدريب ١ : عبر عن الفترات الأتية بالصفة المميزة ومثلها على خط الأعداد :-

① [١ ، ٧] ③ [٠ ، ٩[

②]٣ ، ٨[④ [-٥ ، -١]

تدريب ٢ : عبر عن المجموعات الأتية بالفترات ومثلها على خط الأعداد :-

① {س : س ∈ ح ، ٢ ≤ س < ٧} ③ {س : س ∈ ح ، -٢ < س ≤ -٥}

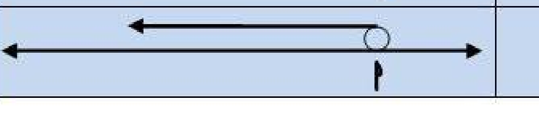
② {س : س ∈ ح ، ٣ ≤ س ≤ ٠} ④ {س : س ∈ ح ، ١ < س < ٣}

ثانيا: الفترات غير المحدودة :-

الرمزان ∞ ، – ∞

الرمز ∞ يقرأ ما لا نهايه وهو أكبر من أي عدد حقيقي يمكن تصورة

الرمز – ∞ يقرأ سالب ما لا نهايه وهو أصغر من أي عدد حقيقي يمكن تصورة

الفترة	التمثيل بالصفة المميزة	التمثيل علي خط الأعداد
[ا ، ∞[	{س : س ∈ ح ، س ≥ ا}	ا
]ا ، ∞[	{س : س ∈ ح ، س > ا}	ا
]-∞ ، ا]	{س : س ∈ ح ، س ≤ ا}	ا
]-∞ ، ا[	{س : س ∈ ح ، س < ا}	 ا

ملاحظات على الفترات غير المحدودة :

① ا ∈ [ا ، ∞[

② ا ∉]ا ، ∞[

③ ا ∈]-∞ ، ا]

④ ا ∉]-∞ ، ا[

⑤ ح =]-∞ ، ∞[

⑥ $ح^+$ =]٠ ، ∞[

⑦ $ح^-$ =]-∞ ، ٠[

⑧ مجموعة الأعداد الحقيقية غير السالبة = [٠ ، ∞[

⑨ مجموعة الأعداد الحقيقية غير الموجبة = [-∞ ، ٠]

⑩ الرمزان ∞ ، -∞ ليسا عددين حقيقين .

لاحظ أن
① ∞ تكتب فى الأخر
② -∞ تكتب فى الأول

مثال (١) : عبر عن الفترات الأتية بالصفة المميزة ومثلها علي خط الأعداد :-

① [١ ، ∞[②]-∞ ، ٠[

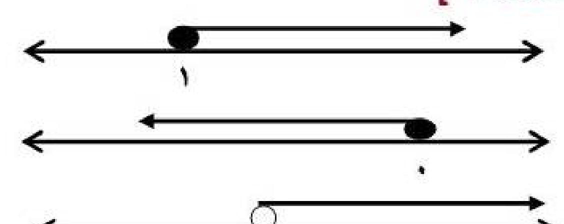
③]٢ ، ∞[④]-∞ ، ١]

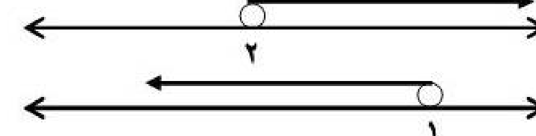
❶ [١ ، ∞[= { س : س ∈ ح ، س ≥ ١ }

❷]-∞ ، ٠] = { س : س ∈ ح ، س ≤ ٠ }

❸]٢ ، ∞[= { س : س ∈ ح ، س > ٢ }

❹]-∞ ، ١] = { س : س ∈ ح ، س < ١ }





أجب بنفسك

تدريب ١ : عبر عن الفترات الأتية بالصفة المميزة ومثلها على خط الأعداد :-

① [١ ، ∞[③]٠ ، ∞[

②]-∞ ، ٨[④]-∞ ، -١]



العمليات علي الفترات

العمليات على الفترات أربع عمليات هما :-

الإتحاد و التقاطع و الفرق و المكملة ورموزها على الترتيب هى :

❶ الإتحاد (∪) ❷ التقاطع (∩) ❸ الفرق (–) ❹ المكملة (´)

اولا : الإتحاد (∪) :-

الإتحاد بين فترتين هو كل ما بداخل الفترتين
فهو ما فى الفترة الأولى وما فى الفترة الثانية ولكن لا يمكن تكرار العناصر

ثانيا: التقاطع (∩) :-

هو العناصر المشتركة فى كلا من الفترتين
أى أن فترة التقاطع هى الفترة التى تكون مشتركة فى الفترتين

ثالثا: الفرق (–) :-

الفرق بين فترتين هو كل ما هو موجود فى الفترة الأولى وغير موجود فى الفترة الثانية

رابعا: المكملة (´) :-

مكملة فترة هو كل ما هو خارج الفترة من أعداد حقيقية
فالمكملة هو الفرق بين مجموعة الأعداد الحقيقية والفترة نفسها

القواعد التى ذكرناها لإيجاد التقاطع أو الإتحاد أو الفرق أو المكملة لا تصلح مع الفترات لأن الفترات لا يمكن حصر الأعداد الحقيقية التى بها لذا سنستعين بخط الأعداد وتمثيل الفترتين عل خط واحد كما سنرى فى الأمثلة الأتية :-

مثال (١) : أوجد التقاطع والإتحاد والفرق والمكملة لكلا من الفترات الآتية :-

① س~ = [١ ، ٥] ، ص~ = [-٣ ، ٣]
② س~ =]٠ ، ٦[، ص~ = [-٣ ، ٢]
③ س~ = [٠ ، ٨] ، ص~ =]٣ ، ٥[
④ س~ =]٣ ، ٥] ، ص~ = [-١ ، ٢]

① س~ = [١ ، ٥] ص~ = [-٣ ، ٣] ويكون

س~ ∩ ص~ = [١ ، ٣] " الرقمان بالداخل "

س~ ∪ ص~ = [-٣ ، ٥] " أول رقم واخر رقم"

س~ – ص~ =]٣ ، ٥] "نعكس قوس العدد الداخلى"

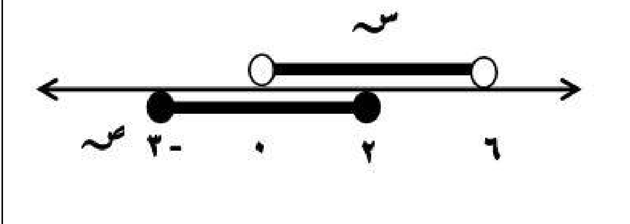
ص~ – س~ = [-٣ ، ١["نعكس قوس العدد الداخلى"

س~´ = ح – [١ ، ٥] =]–∞ ، ١[∪]٥ ، ∞[

ص~´ = ح – ص~ =]–∞ ، -٣[∪]٣ ، ∞[

التقاطع
س~ ص~
-٣ ١ ٣ ٥
الإتحاد

② س =]٠ ، ٦[، ص = [-٣ ، ٢] ويكون :



س ∩ ص =]٠ ، ٢]

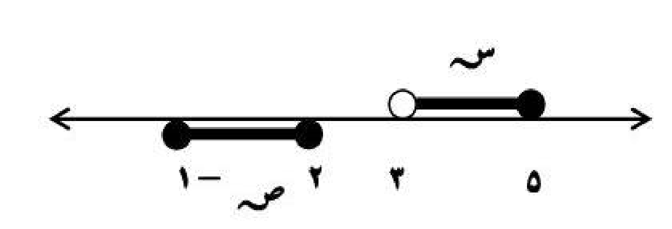
س ∪ ص = [-٣ ، ٦[

س − ص =]٢ ، ٦[ص − س = [-٣ ، ٠]

س َ = ح − س =]-∞ ، ٠] ∪ [٦ ، ∞[

ص َ = ح − ص =]-∞ ، -٣[∪]٢ ، ∞[

③ س = [٠ ، ٨] ص =]٣ ، ٥[ويكون :



س ∩ ص =]٣ ، ٥[

س ∪ ص = [٠ ، ٨]

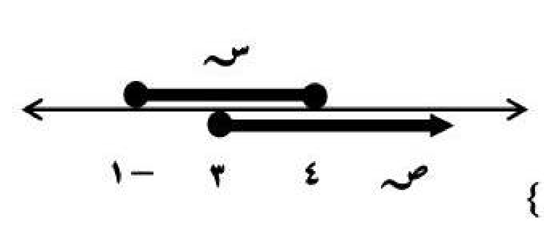
س − ص = [٠ ، ٣] ∪ [٥ ، ٨]

ص − س = ∅

س َ = ح − س =]-∞ ، ٠[∪]٨ ، ∞[

ص َ = ح − ص =]-∞ ، ٣] ∪ [٥ ، ∞[

④ س =]٣ ، ٥] ، ص = [-١ ، ٢] ويكون :



س ∩ ص = ∅

س ∪ ص = [-١ ، ٥] -]٢ ، ٣]

س − ص =]٣ ، ٥] = س

ص − س = [-١ ، ٢] = ص

س َ = ح − س =]-∞ ، ٣] ∪]٥ ، ∞[

ص َ = ح − ص =]-∞ ، -١[∪]٢ ، ∞[

مثال (٢) : إذا كانت : س = [-١ ، ٤] ، ص = [٣ ، ∞[، ع = {٣ ، ٤}

مستعينا بخط الأعداد أوجد كلا مما يأتي :-

① ص ∩ س ② ص ∪ س ③ س − ص

④ س − ع ⑤ ع ∩ ص ⑥ ص − س ⑦ س َ

① ص ∩ س = [-١ ، ٤] ∩ [٣ ، ∞[
= [٣ ، ٤]

② ص ∪ س = [-١ ، ∞[

③ س − ص = [-١ ، ٣[

④ س − ع = [-١ ، ٤] - {٣ ، ٤} = [-١ ، ٤[− {٣}

⑤ ع ∩ ص = [٣ ، ∞[∩ {٣ ، ٤} = {٣ ، ٤}

⑥ ص − س =]٤ ، ∞[

⑦ س َ = ح − س =]-∞ ، -١[∪]٤ ، ∞[

مثال (٣) : إذا كانت:: أ = [٣ ، ٧] ، ب = {٣ ، ٧}

أوجد كلا مما يأتي : ① أ ∩ ب ② أ ∪ ب ③ أ − ب ④ ب − أ

① أ ∩ ب = [٣ ، ٧] ∩ {٣ ، ٧} = {٣ ، ٧}
③ أ − ب = [٣ ، ٧] − {٣ ، ٧} =]٣ ، ٧[
② أ ∪ ب = [٣ ، ٧] ∪ {٣ ، ٧} = [٣ ، ٧]
④ ب − أ = {٣ ، ٧} − [٣ ، ٧] = ∅

مثال (٤) : أكمل ما يأتي :-

① [٢ ، ٨] ∩ {١ ، ٢ ، ٥ ، ٨ ، ٩} = {٢ ، ٥ ، ٨}
②]٣ ، ٦[∩ {٣ ، ٥ ، ٦ ، ٧} = {٥}
③]١ ، ٤[∩ {١ ، ٤} = ∅
④ [٠ ، ٥] ∩ {٠ ، ٥} = {٠ ، ٥}
⑤ [٢ ، ٤] − {٢ ، ٤} =]٢ ، ٤[
⑥ [٠ ، ٩] − {٠} =]٠ ، ٩]
⑦]٣ ، ١١[− {٣ ، ١١} =]٣ ، ١١[
⑧ [٢ ، ٨] − {٢ ، ٣ ، ٨} =]٢ ، ٨[− {٣}
⑨]١ ، ٥[∪ {١ ، ٥} = [١ ، ٥]
⑩]٢ ، ٧[∪ {٢ ، ٤ ، ٧} = [٢ ، ٧]
⑪]٠ ، ٥[∪ {٠ ، ٥ ، ٦} = [٠ ، ٥] ∪ {٦}
⑫]٣ ، ٩[∪ {٣} = [٣ ، ٩[

لاحظ أن
① فى الفرق نفتح الفترة
② فى الإتحاد نقفل الفترة

أجب بنفسك

(١) إذا كانت : س =]١ ، ٧[، ص = [−٣ ، ٥[فأوجد مستعينا بخط الأعداد :
① س ∩ ص ② س ∪ ص ③ س − ص
④ ص − س ⑤ سَ ⑥ صَ

(٢) إذا كانت : س =]٣ ، ∞[، ص = [−∞ ، ٧[فأوجد مستعينا بخط الأعداد :
① س ∩ ص ② س ∪ ص ③ س − ص
④ ص − س ⑤ سَ ⑥ صَ

أكمل ما يأتي :-

① [٢ ، ٧] ∪ {٢ ، ٧} = ...	②]٢ ، ٧[∪ {٢ ، ٧} = ...
③ [٢ ، ٧] ∩ {٢ ، ٧} = ...	④]٢ ، ٧[∩ {٢ ، ٧} = ...
⑤ [٢ ، ٧] − {٢ ، ٧} = ...	⑥]٢ ، ٧[− {٢ ، ٧} = ...
⑦ {٢ ، ٧} − [٢ ، ٧] = ...	⑧ {٢ ، ٧} −]٢ ، ٧[= ....
⑨ [٢ ، ٧] ∪ {٢} = ...	⑩ [٢ ، ٧] − {٢} = ...
⑪ [٢ ، ٧] ∩ {٧} = ...	⑫]−٣ ، ٥[∪ {−٢ ، ٣ ، ٤} = ...



العمليات علي الأعداد الحقيقية

أولا : عملية الجمع

يتم جمع وإختصار الجذور المتشابهه فقط أما الجذور الغير متشابهه لا يمكن جمعها .
عند جمع وطرح الجذور المتشابهه نكتب الجذر مرة واحدة ثم نجمع ونطرح المعاملات (الأرقام).

مثال (١) : أوجد ناتج :-

❶ $٢\sqrt{٥} + \sqrt{٥} = (٢+١)\sqrt{٥}$ ❷ $٢\sqrt[٣]{٥} + ٣\sqrt[٣]{٥} - ٤\sqrt[٣]{٥} = (٢+٣-٤)\sqrt[٣]{٥} = \sqrt[٣]{٥}$

❸ $٦\sqrt{٣} - ٣\sqrt{٣} + ٢\sqrt{٣} = (٦-٣+٢)\sqrt{٣} = ٥\sqrt{٣}$ ❹ $٣\sqrt{٢} + ٢\sqrt{٣} = ٣\sqrt{٢} + ٢\sqrt{٣}$

خواص جمع الأعداد الحقيقية :-

① خاصية الأنغلاق :

إذا كان أ ، ب عددين حقيقيين فإن : (أ + ب) ∈ ح

أى أن : مجموع أي عددين حقيقيين هو عدد حقيقي فيكون ح مغلقة تحت عملية الجمع .

فمثلاً : $٢\sqrt{٣} \in$ ح ، $٥\sqrt{٣} \in$ ح فيكون : $٢\sqrt{٣} + ٥\sqrt{٣} = ٧\sqrt{٣} \in$ ح

② خاصية الإبدال :

إذا كان أ ، ب عددين حقيقيين فإن : أ + ب = ب + أ

فمثلاً : $٣\sqrt{٢} + ٥\sqrt{٢} = ٨\sqrt{٢}$ ، $٥\sqrt{٢} + ٣\sqrt{٢} = ٨\sqrt{٢}$

أي أن : $٣\sqrt{٢} + ٥\sqrt{٢} = ٥\sqrt{٢} + ٣\sqrt{٢}$

③ خاصية الدمج :

إذا كان أ ، ب ، ج اعداد حقيقية فإن : (أ + ب) + ج = أ + (ب + ج) = أ + ب + ج

فمثلاً : $(٢\sqrt{٥} + \sqrt{٥}) + ٤\sqrt{٥} = ٣\sqrt{٥} + ٤\sqrt{٥} = ٧\sqrt{٥}$

$٢\sqrt{٥} + (\sqrt{٥} + ٤\sqrt{٥}) = ٢\sqrt{٥} + ٥\sqrt{٥} = ٧\sqrt{٥}$

أي أن : $(٢\sqrt{٥} + \sqrt{٥}) + ٤\sqrt{٥} = ٢\sqrt{٥} + (\sqrt{٥} + ٤\sqrt{٥})$

④ خاصية المحايد الجمعي :

إذا كان أ عددا حقيقيا فإن : أ+٠ = ٠ + أ = أ

أي أن : المحايد الجمعي فى ح هو الصفر

فمثلاً : $٢\sqrt{٧} + ٠ = ٠ + ٢\sqrt{٧} = ٢\sqrt{٧}$

⑤ خاصية المعكوس الجمعي :

لكل عدد حقيقى أ يوجد معكوس جمعى −أ ويكون أ + (−أ) = صفر

ويسمي كلا من العددين أ ، −أ معكوس جمعي للآخر.

فمثلاً : المعكوس الجمعي للعدد: $\sqrt{٧}$ هو $-\sqrt{٧}$

المعكوس الجمعي للعدد : $٢ + \sqrt{٧}$ هو $-٢ - \sqrt{٧}$

المعكوس الجمعي للعدد : $٣ - \sqrt{٢}$ هو $-٣ + \sqrt{٧}$

المعكوس الجمعي للعدد صفر هو نفسه الصفر

لاحظ أن

المعكوس الجمعى للعدد $\sqrt[٣]{أ}$ هو $-\sqrt[٣]{أ}$ أو $\sqrt[٣]{-أ}$

المعكوس الجمعى للعدد $\sqrt{أ}$ هو $-\sqrt{أ}$

مثال (٢) : اختصر لأبسط صورة :

① $٥\sqrt{٧} - ٢\sqrt{٧} + ٣\sqrt{٧} + ٤\sqrt{٧} = (٥ - ٢ + ٣ + ٦)\sqrt{٧} = ٩\sqrt{٧}$

② $٧\sqrt[٣]{٥} + ٣\sqrt[٣]{٥} - ٤\sqrt[٣]{٥} = (٧ + ٣ - ٤)\sqrt[٣]{٥} = ٧\sqrt[٣]{٥}$

③ $٣\sqrt{٢} - ٥ + ٨ - ٢\sqrt{٢} = (-٥ + ٨) + (٣\sqrt{٢} - ٢\sqrt{٢}) = ٣ + \sqrt{٢}$

④ $\sqrt[٣]{١١} + ١٤ - ٦\sqrt[٣]{١١} - ٧ = (١٤ - ٧) + (\sqrt[٣]{١١} - ٦\sqrt[٣]{١١}) = ٧ - ٥\sqrt[٣]{١١}$

⑤ $٩\sqrt{٢} + ٥\sqrt{٥} + ٣\sqrt{٧} + ٢\sqrt{٥} - ٤\sqrt{٧} + ٣\sqrt{٢}$

$= (٩ + ٣)\sqrt{٢} + (٥ + ٢)\sqrt{٥} + (٣ - ٤)\sqrt{٧} = ١٢\sqrt{٢} + ٧\sqrt{٥} - \sqrt{٧}$

عند جمع أكثر من جذر نجمع الجذور المتشابهه معا لتبسيط حل المسألة

ثانيا : عملية الطرح

عملية الطرح ممكنة دائمافي ح وتعرف كما يلي

لكل أ ∈ ح ، ب ∈ ح يكون : أ − ب = أ + (−ب)

أي أن : عملية الطرح (أ − ب) تعني جمع العدد أ مع المعكوس الجمعي للعدد ب .

وعملية الطرح ليست إبداليه وليست دامجة.

أجب بنفسك

(١) : أكتب المعكوس الجمعي لكل من الأعداد التالية :-

$\sqrt{٢}$ ، $-\sqrt[٣]{٥}$ ، $\sqrt{٢} + \sqrt{٧}$ ، $\sqrt[٣]{٥} - ٣$ ، $-\sqrt{٦} - \sqrt[٣]{٧}$

(٢) : أختصر لأبسط صورة :-

① $٢\sqrt{٧} - ١ + ٢ - ٥\sqrt{٧}$ ② $٣\sqrt{٥} - \sqrt{٣} - ٣\sqrt{٥} + ٥\sqrt{٣}$

ثالثا : عملية الضرب

عند ضرب الجذور نضرب المعامل × المعامل و الجذر × الجذر

كالتالي : $٢\sqrt{٣} \times ٥\sqrt{٣} = (٢ \times ٥)(\sqrt{٣} \times \sqrt{٣}) = ١٠ \times ٣ = ٣٠$

مثال (١) : أوجد ناتج ما يأتي :

① $٢ \times ٣\sqrt{٥} = (٢ \times ٣)\sqrt{٥} = ٦\sqrt{٥}$

② $-٤\sqrt{٢} \times ٣\sqrt{٢} = (-٤ \times ٣)\sqrt{٢} = -١٢\sqrt{٢}$

③ $(\sqrt[٣]{٣})^{٣} \times ٣\sqrt{٦} = (٣ \times ٥)\sqrt{٦} = ١٥\sqrt{٦}$

تذكر أن

$(\sqrt[٣]{أ})^{٣} = أ$

$(\sqrt{أ})^{٢} = أ$

خواص ضرب الأعداد الحقيقية :-

① خاصية الأنغلاق :

إذا كان أ ، ب عددين حقيقيين فإن : (أ × ب) ∈ ح

أى أن : حاصل ضرب أي عددين حقيقيين هو عدد حقيقي فيكون ح مغلقة تحت عملية الضرب .

فمثلاً : $٢\sqrt{٣} \in ح$ ، $٥\sqrt{٣} \in ح$ فيكون : $٢\sqrt{٣} \times ٥\sqrt{٣} = ١٠ \times ٥ = ٥٠ \in ح$

② خاصية الإبدال :

إذا كان أ ، ب عددين حقيقيين فإن : أ × ب = ب × أ

فمثلاً : $٢\sqrt{٥} \times ٣\sqrt{٥} = ٦ \times ٥ = ٣٠$ ، $٣\sqrt{٥} \times ٢\sqrt{٥} = ٦ \times ٥ = ٣٠$

أي أن : $٢\sqrt{٥} \times ٣\sqrt{٥} = ٣\sqrt{٥} \times ٢\sqrt{٥}$

③ خاصية الدمج :

إذا كان أ ، ب ، جـ اعداد حقيقية فإن : (أ × ب) × جـ = أ × (ب × جـ) = أ × ب × جـ

فمثلاً : $(٢\sqrt{٧} \times ٤\sqrt{٧}) \times \sqrt{٧} = ٥٦ \times \sqrt{٧} = ٥٦\sqrt{٧}$

$٢\sqrt{٧} \times (٤\sqrt{٧} \times \sqrt{٧}) = ٢\sqrt{٧} \times ٢٨ = ٥٦\sqrt{٧}$

أي أن : $(٢\sqrt{٧} \times ٤\sqrt{٧}) \times \sqrt{٧} = ٢\sqrt{٧} \times (٤\sqrt{٧} \times \sqrt{٧})$

④ خاصية المحايد الضربي :

إذا كان أ عددا حقيقيا فإن : أ × ١ = ١ × أ = أ

أي أن : المحايد الضربي فى ح هو الواحد

فمثلاً : $٢\sqrt{٥} \times ١ = ١ \times ٢\sqrt{٥} = ٢\sqrt{٥}$

⑤ خاصية المعكوس الضربي :

لكل عدد حقيقي $أ \neq$ صفر يوجد معكوس ضربي له هو $\frac{١}{أ}$
ويسمي كلا من العددين أ ، $\frac{١}{أ}$ معكوس ضربي للآخر.

فمثلاً : المعكوس الضربي للعدد: $\sqrt{٣}$ هو $\frac{١}{\sqrt{٣}}$

المعكوس الضربي للعدد :– $\frac{\sqrt{٢}}{٥}$ هو – $\frac{٥}{\sqrt{٢}}$

المعكوس الضربي للعدد (١) هو نفسه الواحد

المعكوس الضربي للعدد (–١) هو نفسه الواحد

لاحظ أن
كل عدد حقيقي له معكوس ضربي عدا الصفر

رابعا : عملية القسمة

عملية القسمه ممكنة دائما في ح على أي عدد خلاف الصفر وتعرف كما يلي

لكل أ ∈ ح ، ب ∈ ح يكون :أ ÷ ب = أ × $\frac{١}{ب}$

أي أن : عملية القسمة (أ ÷ ب) تعني ضرب العدد أ في المعكوس الضربي للعدد ب بشرط (ب $\neq$ ٠)
وعملية القسمة ليست إبدالية وليست دامجة ..

مثال (١) : أوجد ناتج ما يأتي :

$$\frac{٨}{١٥\sqrt{٢}} \div \frac{٢}{٣\sqrt{٢}} = \frac{٨}{١٥\sqrt{٢}} \times \frac{٣\sqrt{٢}}{٢} = \frac{٤}{٥}$$

ملاحظة هامة جداً :

لجعل مقام العدد الحقيقي " $\frac{أ}{\sqrt{ب}}$ " عدداً صحيحاً نضرب حدي العدد في " $\sqrt{ب}$ "

$$\frac{٩}{\sqrt{٣}} = \frac{٩}{\sqrt{٣}} \times \frac{\sqrt{٣}}{\sqrt{٣}} = \frac{٩\sqrt{٣}}{٣} = ٣\sqrt{٣}$$

$$-\frac{٣}{\sqrt{٥}} = -\frac{٣}{\sqrt{٥}} \times \frac{\sqrt{٥}}{\sqrt{٥}} = -\frac{٣\sqrt{٥}}{٥}$$

تذكر أن

⊛ (س – ص) (س + ص) = $س^٢$ – $ص^٢$

⊛ $(س + ص)^٢ = س^٢ + ٢ س ص + ص^٢$

⊛ $(س – ص)^٢ = س^٢ – ٢ س ص + ص^٢$

مثال (١) : اجعل المقام عدداً صحيحاً في كل مما يأتي :

❶ $\frac{٤}{\sqrt{٢}}$ ❷ $-\frac{٣}{\sqrt{٥}}$ ❸ $\frac{٦}{٥\sqrt{٣}}$

❶ $\frac{٤}{\sqrt{٢}} \times \frac{\sqrt{٢}}{\sqrt{٢}} = \frac{٤\sqrt{٢}}{٢} = ٢\sqrt{٢}$ (بضرب البسط والمقام × $\sqrt{٢}$)

❷ $-\frac{٣}{\sqrt{٥}} = -\frac{٣}{\sqrt{٥}} \times \frac{\sqrt{٥}}{\sqrt{٥}} = -\frac{٣\sqrt{٥}}{٥}$ (بضرب البسط والمقام × $\sqrt{٥}$)

❸ $\frac{٦}{٥\sqrt{٣}} = \frac{٦}{٥\sqrt{٣}} \times \frac{\sqrt{٣}}{\sqrt{٣}} = \frac{٦\sqrt{٣}}{١٥} = \frac{٢\sqrt{٣}}{٥}$ (بضرب البسط والمقام × $\sqrt{٣}$)

أجب بنفسك

(١) : أوجد كلا مما يأتي :-

① $٢\sqrt{٣} \times ٥\sqrt{٣}$ ② $-٢\sqrt{٥} \times ٣\sqrt{٥}$

③ $\sqrt{٥} \times \frac{١}{\sqrt{٥}} \times \sqrt{٥}$

(٢) : اجعل المقام عدداً صحيحاً : -

① $\frac{١٤}{\sqrt{٧}}$ ② $\frac{٩}{\sqrt{٣}}$ ③ $\frac{٢}{٣\sqrt{٢}}$

⊛ خاصية توزيع الضرب علي الجمع والطرح

إذا كان أ ، ب ، جـ أعداد حقيقية فإن :

✓ أ × (ب ± جـ) = أ × ب ± أ × جـ

✓ (ب ± جـ) × أ = ب × أ ± جـ × أ

مثال (١) : أوجد ناتج ما يأتي :

① $٣\sqrt{٢}\,(٢\sqrt{٢}+١)$

$= ٣\sqrt{٢}\times ٢\sqrt{٢} + ٣\sqrt{٢}\times ١$

$= ٣\times ٢\times ٢ + ٣\sqrt{٢}$

$= ١٢ + ٣\sqrt{٢}$

② $(٢+\sqrt{٣})(\sqrt{٣}+٧)$

$= ٢(\sqrt{٣}+٧) + \sqrt{٣}(\sqrt{٣}+٧)$

$= ٢\times\sqrt{٣} + ٢\times ٧ + \sqrt{٣}\times\sqrt{٣} + \sqrt{٣}\times ٧$

$= ١٢ + ٣\sqrt{٢}$

③ $(٢\sqrt{٥}+٣)(٢\sqrt{٥}-٣)$

$= (٢\sqrt{٥})^{٢} - (٣)^{٢}$

$= ٤\times ٥ - ٩$

$= ٢٠ - ٩ = ١١$

④ $(٣\sqrt{٣}+٢)^{٢}$

$= (٣\sqrt{٣})^{٢} + ٢\times ٢\times ٣\sqrt{٣} + (٢)^{٢}$

$= ٢٧ + ١٢\sqrt{٣} + ٤$

$= ٣١ + ١٢\sqrt{٣}$

مثال (٢) :

إذا كانت : $س = ٣\sqrt{٢} - ١$ ، $ص = ٣\sqrt{٢} + ١$

أوجد قيمة المقدار: ① $س^{٢} + ٢\,س\,ص + ص^{٢}$

$س^{٢} + ٢\,س\,ص + ص^{٢} = (س + ص)^{٢}$

$= (٣\sqrt{٢} - ١ + ٣\sqrt{٢} + ١)^{٢}$

$= (٦\sqrt{٢})^{٢} = ٣٦ \times ٢ = ٧٢$

② $س + ص = ٣\sqrt{٢} - ١ + ٣\sqrt{٢} + ١ = ٦\sqrt{٢}$

③ $س - ص = ٣\sqrt{٢} - ١ - (٣\sqrt{٢} + ١) = -٢$

④ $س^{٢} = (٣\sqrt{٢} - ١)^{٢}$

$= (٣\sqrt{٢})^{٢} - ٢\times ٣\sqrt{٢}\times ١ + (١)^{٢}$

$= ١٨ - ٦\sqrt{٢} + ١ = ١٩ - ٦\sqrt{٢}$

⊛ أجب بنفسك ⊛

(١) أوجد ناتج كل مما يأتي في أبسط صورة :

① $٥\sqrt{٢}\,(٣\sqrt{٢} - ٢)$ ② $(٥\sqrt{٣} - ٢)^{٢}$ ③ $(٧\sqrt{٢}+٥)(٧\sqrt{٢} - ٥)$

(٢) إذا كانت : $س = ٣\sqrt{٢} - ١$ ، $ص = ٣\sqrt{٢} + ١$ أوجد قيمة كل من :

① $س^{٢} + ٢\,س\,ص + ص^{٢}$ ② $س + ص$ ③ $ص^{٢}$



العمليات علي الجذور التربيعية

إذا كان أ ، ب عددين حقيقيين غير سالبين فإن :

❶ $\sqrt{\text{أ}} \times \sqrt{\text{ب}} = \sqrt{\text{أ ب}}$ وأيضا $\sqrt{\text{أ ب}} = \sqrt{\text{أ}} \times \sqrt{\text{ب}}$

فمثلا : $\sqrt{٢} \times \sqrt{٥} = \sqrt{١٠}$ ، $\sqrt{٧٥} = \sqrt{٢٥ \times ٣} = ٥\sqrt{٣}$

❷ $\frac{\sqrt{\text{أ}}}{\sqrt{\text{ب}}} = \sqrt{\frac{\text{أ}}{\text{ب}}}$ وأيضا $\sqrt{\frac{\text{أ}}{\text{ب}}} = \frac{\sqrt{\text{أ}}}{\sqrt{\text{ب}}}$

فمثلا : $\frac{\sqrt{١٢}}{\sqrt{٣}} = \sqrt{\frac{١٢}{٣}} = \sqrt{٤} = ٢$ ، $\sqrt{\frac{٢٥}{٨١}} = \frac{\sqrt{٢٥}}{\sqrt{٨١}} = \frac{٥}{٩}$

❸ $\frac{\sqrt{\text{أ}}}{\sqrt{\text{ب}}} = \frac{\sqrt{\text{أ}}}{\sqrt{\text{ب}}} \times \frac{\sqrt{\text{ب}}}{\sqrt{\text{ب}}}$ (حيث ب $\neq$ صفر) تستخدم هذة الخاصية لجعل المقام عددا صحيحا

فمثلا: $\frac{\sqrt{٣}}{\sqrt{٧}} = \frac{\sqrt{٣}}{\sqrt{٧}} \times \frac{\sqrt{٧}}{\sqrt{٧}} = \frac{\sqrt{٢١}}{٧}$

مثال (١) : ضع كلا مما يأتي في صورة أ $\sqrt{\text{ب}}$ (في أبسط صورة) :-

(١) $\sqrt{٢٤}$ (٢) $٥\sqrt{٥٤}$ (٣) $٤\sqrt{\frac{١}{٢}}$ (٤) $\frac{\sqrt{٤٨}}{\sqrt{٣}}$

(١) $\sqrt{٢٤} = \sqrt{٤ \times ٦} = \sqrt{٤} \times \sqrt{٦} = ٢\sqrt{٦}$

(٢) $٥\sqrt{٥٤} = ٥ \times \sqrt{٩ \times ٦} = ٥ \times \sqrt{٩} \times \sqrt{٦} = ٥ \times ٣ \times \sqrt{٦} = ١٥\sqrt{٦}$

(٣) $٤\sqrt{\frac{١}{٢}} = ٤ \times \frac{\sqrt{١}}{\sqrt{٢}} \times \frac{\sqrt{٢}}{\sqrt{٢}} = ٥ \times \frac{\sqrt{٢}}{٢} = ٢\sqrt{٢}$

(٤) $\frac{\sqrt{٤٨}}{\sqrt{٣}} = \sqrt{\frac{٤٨}{٣}} = \sqrt{١٦} = ٤$

أي أن : نبحث عن عددين حاصل ضربهما يساوى العدد الموجود تحت الجذر ويكون أحدهما له جذر تربيعي .

مثال (٢) : أوجدناتج ما يأتي :

① $\sqrt{45} - 2\sqrt{20} + 2\sqrt{5}$

$= \sqrt{9\times 5} - 2\sqrt{4\times 5} + 2\sqrt{5}$

$= \sqrt{9}\times\sqrt{5} - 2\sqrt{4}\times\sqrt{5} + 2\sqrt{5}$

$= 3\sqrt{5} - 2\times 2\sqrt{5} + 2\sqrt{5}$

$= 3\sqrt{5} - 4\sqrt{5} + 2\sqrt{5} = \sqrt{5}$

② $\sqrt{98} - 3\sqrt{50} + \sqrt{2}$

$= \sqrt{49\times 2} - 3\sqrt{25\times 2} + \sqrt{2}$

$= \sqrt{49}\times\sqrt{2} - 3\sqrt{25}\times\sqrt{2} + \sqrt{2}$

$= 7\sqrt{2} - 3\times 5\sqrt{2} + \sqrt{2}$

$= 7\sqrt{2} - 15\sqrt{2} + \sqrt{2} = -7\sqrt{2}$

③ $\sqrt{18} + 3\sqrt{8} - 6\sqrt{\frac{1}{2}}$

$= \sqrt{9\times 2} + 3\sqrt{4\times 2} - 6\times\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{2}}$

$= \sqrt{9}\times\sqrt{2} + 3\sqrt{4}\times\sqrt{2} - 6\times\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$

$= 3\sqrt{2} + 6\sqrt{2} - 6\times\frac{\sqrt{2}}{2}$

$= 3\sqrt{2} + 6\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$

④ $2\sqrt{27} - 3\sqrt{3} + \frac{6}{\sqrt{3}}$

$= 2\sqrt{9\times 3} - 3\sqrt{3} + \frac{6}{\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

$= 2\sqrt{9}\times\sqrt{3} - 3\sqrt{3} + \frac{6\sqrt{3}}{3}$

$= 6\sqrt{3} - 3\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$

ملاحظات هامه

❶ $\sqrt{أ^2 + ب^2} \neq أ + ب$ ، $\sqrt{أ^2 - ب^2} \neq أ - ب$

فمثلا : $\sqrt{6^2 + 8^2} \neq 6 + 8$ ، فمثلا: $\sqrt{6^2 + 8^2} \neq 6 + 8$

❷ $أ\sqrt{ب} = \sqrt{أ^2 ب}$

فمثلا : $2\sqrt{\frac{1}{2}} = \sqrt{4\times\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$ ، $15\sqrt{\frac{1}{3}} = 5\times 3\sqrt{9\times\frac{1}{3}} = 5\sqrt{3}$

⊛ أجب بنفسك ⊛

ضع كلا مما يأتي في صورة $أ\sqrt{ب}$ (في أبسط صورة) :-

① $-\sqrt{32}$ ② $2\sqrt{48}$ ③ $3\sqrt{\frac{2}{3}}$

أختصر لأبسط صورة :-

① $\sqrt{75} - 2\sqrt{27} + \sqrt{3}$ ② $2\sqrt{50} - 3\sqrt{2} - 4\sqrt{\frac{1}{8}}$



العددان المترافقان

إذا كان أ ، ب عددين نسبيين موجبين فإن :

العدد $\sqrt{أ} + \sqrt{ب}$ هو مرافق العدد $\sqrt{أ} - \sqrt{ب}$ والعكس صحيح ويكون :

⊛ مجموعهما = $\sqrt{أ} + \sqrt{ب} + \sqrt{أ} - \sqrt{ب} = ٢\sqrt{أ}$ **(ضعف الحد الأول)**

⊛ حاصل ضربهما = $(\sqrt{أ} + \sqrt{ب})(\sqrt{أ} - \sqrt{ب})$

$= (\sqrt{أ})^{٢} - (\sqrt{ب})^{٢} = أ - ب$ **(مربع الحد الأول – مربع الحد الثاني)**

أي أنه : للحصول على المرافق نغير الإشارة بين العددين إن كانت + نجعلها – وإن كانت – نجعلها +

العدد	العدد المرافق	مجموعهما	حاصل ضربهما
$\sqrt{٥} + \sqrt{٢}$	$\sqrt{٥} - \sqrt{٢}$	$٢\sqrt{٥}$	$(\sqrt{٥})^{٢} - (\sqrt{٢})^{٢} = ٥ - ٢ = ٣$
$٥ - \sqrt{٣}$	$٥ + \sqrt{٣}$	١٠	$(٥)^{٢} - (\sqrt{٣})^{٢} = ٢٥ - ٣ = ٢٢$
$٢\sqrt{٣} + \sqrt{٢}$	$٢\sqrt{٣} - \sqrt{٢}$	$٤\sqrt{٣}$	$(٢\sqrt{٣})^{٢} - (\sqrt{٢})^{٢} = ١٢ - ٢ = ١٠$
$\sqrt{٧} - ٤$	$\sqrt{٧} + ٤$	$٢\sqrt{٧}$	$(\sqrt{٧})^{٢} - (٤)^{٢} = ٧ - ١٦ = -٩$

ملاحظة هامة

إذا كان لدينا عدد مقامه : $(\sqrt{أ} + \sqrt{ب})$ أو $(\sqrt{أ} - \sqrt{ب})$

فإننا نضعه في أبسط صورة بضرب حديه في مرافق المقام.

أي أن : إذا كان لدينا عدداً على صورة كسر مقامه يحتوي على جذراً مجموعاً معه أو مطروحاً منه عدداً أو جذراً آخر فإننا نضرب في مرافق المقام بسطاً ومقاماً لجعل العدد في أبسط صورة .

مثال (٢) : أوجد ناتج ما يأتي :

① $\dfrac{3}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$

$\dfrac{3}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} \times \dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}$

$= \dfrac{3(\sqrt{5}+\sqrt{2})}{(\sqrt{5})^2-(\sqrt{2})^2} = \dfrac{3(\sqrt{5}+\sqrt{2})}{5-2}$

$= \dfrac{3(\sqrt{5}+\sqrt{2})}{3} = \sqrt{5}+\sqrt{2}$

② $\dfrac{2}{\sqrt{5}-1}$

$\dfrac{2}{\sqrt{5}-1} \times \dfrac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}+1}$

$= \dfrac{2(\sqrt{5}+1)}{5-1} = \dfrac{2(\sqrt{5}+1)}{4}$

$= \dfrac{\sqrt{5}+1}{2}$

③ $\dfrac{\sqrt{7}+\sqrt{3}}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}$

$\dfrac{\sqrt{7}+\sqrt{3}}{\sqrt{7}-\sqrt{3}} \times \dfrac{\sqrt{7}+\sqrt{3}}{\sqrt{7}+\sqrt{3}}$

$= \dfrac{7+2\sqrt{21}+3}{7-3} = \dfrac{10+2\sqrt{21}}{4}$

$= \dfrac{5+\sqrt{21}}{2}$

④ $\dfrac{2\sqrt{3}+1}{2\sqrt{3}-1}$

$\dfrac{2\sqrt{3}+1}{2\sqrt{3}-1} \times \dfrac{2\sqrt{3}+1}{2\sqrt{3}+1}$

$= \dfrac{(2\sqrt{3}+1)^2}{(2\sqrt{3})^2-(2)^2}$

$= \dfrac{13+4\sqrt{3}}{11}$

⑤ **إذا كان : $س = \sqrt{7} + \sqrt{5}$ ، $س ص = 2$**

أوجد قيمة المقدار : $س + ص$ ؟

$س ص = 2 \Leftarrow ص = \dfrac{2}{س}$

$ص = \dfrac{2}{\sqrt{7}+\sqrt{5}} = \dfrac{2}{\sqrt{7}+\sqrt{5}} \times \dfrac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}$

$= \dfrac{3(\sqrt{7}-\sqrt{5})}{7-5} = \sqrt{7}-\sqrt{5}$

$س + ص = \sqrt{7} + \sqrt{5} + \sqrt{7} - \sqrt{5}$

$س + ص = 2\sqrt{7}$

⑥ **إذا كان : $\dfrac{1}{5\sqrt{2}-7} = أ + ب\sqrt{2}$**

حيث أ ، ب عددان صحيحان . أوجد: أ ، ب ؟

$\dfrac{1}{5\sqrt{2}-7} = \dfrac{1}{5\sqrt{2}-7} \times \dfrac{5\sqrt{2}+7}{5\sqrt{2}+7}$

$= \dfrac{5\sqrt{2}+7}{50-49} = 5\sqrt{2}+7$

$\dfrac{1}{5\sqrt{2}-7} = أ + ب\sqrt{2}$

$أ + ب\sqrt{2} = 5\sqrt{2} + 7$

$أ = 7$ ، $ب = 5$

قوانين هامة

- $س^2 + 2 س ص + ص^2 = (س + ص)^2$
- $س^2 - 2 س ص + ص^2 = (س - ص)^2$
- $س^2 - ص^2 = (س + ص)(س - ص)$
- $س^2 + س ص + ص^2 = (س + ص)^2 - س ص$
- $س^2 - س ص + ص^2 = (س - ص)^2 + س ص$
- $س^2 + ص^2 = (س + ص)^2 - 2 س ص$
- $س^2 + ص^2 = (س - ص)^2 + 2 س ص$
- $س^2 ص^2 = (س ص)^2$
- $س^3 + ص^3 = (س ص)^3$ وهكذا

مثال (٢) :: إذا كان: $س = \sqrt{5} - \sqrt{2}$ ، $ص = \frac{3}{\sqrt{5} - \sqrt{2}}$

أثبت أن : س ، ص مترافقان ثم أوجد قيمه كلا من:

❶ $س^2 - 2 س ص + ص^2$ ❷ $س^2 - ص^2$ ❸ $س^4 ص^4$

$ص = \frac{3}{\sqrt{5} - \sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{5} + \sqrt{2}}{\sqrt{5} + \sqrt{2}}$

$\frac{3(\sqrt{5} + \sqrt{2})}{(\sqrt{5})^2 - (\sqrt{2})^2} = \frac{3(\sqrt{5} + \sqrt{2})}{5 - 2} = \frac{3(\sqrt{5} + \sqrt{2})}{3} = \sqrt{5} + \sqrt{2}$

∴ س ، ص مترافقان

❶ $س^2 - 2 س ص + ص^2 = (س - ص)^2$

$= (\sqrt{5} - \sqrt{2} - \sqrt{5} - \sqrt{2})^2$

$= (-2\sqrt{2})^2 = 8$

❷ $س^2 - ص^2 = (س + ص)(س - ص)$

$= (\sqrt{5} - \sqrt{2} + \sqrt{5} + \sqrt{2})(\sqrt{5} - \sqrt{2} - \sqrt{5} - \sqrt{2})$

$= 2\sqrt{5} \times -2\sqrt{2} = -4\sqrt{10}$

❸ $س^4 ص^4 = (س ص)^4$

$= [(\sqrt{5} - \sqrt{2})(\sqrt{5} + \sqrt{2})]^4 = (5 - 2)^4 = (3)^4 = 81$



العمليات علي الجذور التكعيبية

إذا كان أ ، ب عددين حقيقيين فإن :

❶ $\sqrt[٣]{أ} \times \sqrt[٣]{ب} = \sqrt[٣]{أب}$ وأيضا $\sqrt[٣]{أب} = \sqrt[٣]{أ} \times \sqrt[٣]{ب}$

فمثلا :

$\sqrt[٣]{٢} \times \sqrt[٣]{٣} = \sqrt[٣]{٦}$

$\sqrt[٣]{-٤} \times \sqrt[٣]{١٦} = \sqrt[٣]{-٤ \times ١٦} = \sqrt[٣]{-٦٤} = -٤$

$\sqrt[٣]{٢٤} = \sqrt[٣]{٨ \times ٣} = \sqrt[٣]{٨} \times \sqrt[٣]{٣} = ٢\sqrt[٣]{٣}$

$\sqrt[٣]{-٥٤} = \sqrt[٣]{-٢٧ \times ٢} = \sqrt[٣]{-٢٧} \times \sqrt[٣]{٢} = -٣\sqrt[٣]{٢}$

❷ $\frac{\sqrt[٣]{أ}}{\sqrt[٣]{ب}} = \sqrt[٣]{\frac{أ}{ب}}$ وأيضا $\sqrt[٣]{\frac{أ}{ب}} = \frac{\sqrt[٣]{أ}}{\sqrt[٣]{ب}}$

فمثلا :

$\frac{\sqrt[٣]{١٦}}{\sqrt[٣]{٢}} = \sqrt[٣]{\frac{١٦}{٢}} = \sqrt[٣]{٨} = ٢$

$\frac{\sqrt[٣]{٤٠}}{\sqrt[٣]{١٠}} = \sqrt[٣]{\frac{٤٠}{١٠}} = \sqrt[٣]{٤}$

$\sqrt[٣]{\frac{-٨}{١٢٥}} = \frac{\sqrt[٣]{-٨}}{\sqrt[٣]{١٢٥}} = \frac{-٢}{٥}$

$\sqrt[٣]{\frac{٥}{٦٤}} = \frac{\sqrt[٣]{٥}}{\sqrt[٣]{٦٤}} = \frac{\sqrt[٣]{٥}}{٤}$

❸ $\sqrt[٣]{\frac{أ}{ب}} = \sqrt[٣]{\frac{أ}{ب} \times \frac{ب^٢}{ب^٢}} = \frac{١}{ب}\sqrt[٣]{أب^٢}$

تستخدم هذة الخاصية لجعل المقام عددا صحيحا

فمثلا:

$\sqrt[٣]{\frac{١}{٢}} = \sqrt[٣]{\frac{١}{٢} \times \frac{٤}{٤}} = \sqrt[٣]{\frac{٤}{٨}} = \frac{١}{٢}\sqrt[٣]{٤}$

$\sqrt[٣]{\frac{٢}{٥}} = \sqrt[٣]{\frac{٢}{٥} \times \frac{٢٥}{٢٥}} = \sqrt[٣]{\frac{٥٠}{١٢٥}} = \frac{١}{٥}\sqrt[٣]{٥٠}$

مثال (١) : ضع كلا مما يأتي في صورة $أ\sqrt[3]{ب}$ (في أبسط صورة) :-

① $\sqrt[3]{٨١}$ ② $\sqrt[3]{\frac{٢٥٠}{-٨}}$

$\sqrt[3]{٨١} = \sqrt[3]{٢٧ \times ٣} = \sqrt[3]{٢٧} \times \sqrt[3]{٣} = ٣\sqrt[3]{٣}$

$\sqrt[3]{\frac{٢٥٠}{-٨}} = \sqrt[3]{\frac{١٢٥ \times ٢}{-٨}} = \frac{-٥}{٢}\sqrt[3]{٣}$

أي أن : نبحث عن عددين حاصل ضربهما يساوي العدد الموجود تحت الجذر ويكون أحدهما له جذر تكعيبي .

مثال (٢) أختصر لأبسط صورة :

① $\sqrt[3]{٥٤} + \sqrt[3]{٢} - \sqrt[3]{١٦}$

$= \sqrt[3]{٢٧ \times ٢} + \sqrt[3]{٢} - \sqrt[3]{٨ \times ٢}$

$= \sqrt[3]{٢٧} \times \sqrt[3]{٢} + \sqrt[3]{٢} - \sqrt[3]{٨} \times \sqrt[3]{٢}$

$= ٣\sqrt[3]{٢} + \sqrt[3]{٢} - ٢\sqrt[3]{٢}$

$= ٢\sqrt[3]{٢}$

② $\sqrt[3]{٥٠٠} - ٢\sqrt[3]{١٠٨} + \sqrt[3]{٤}$

$= \sqrt[3]{١٢٥ \times ٤} - \sqrt[3]{٢٧ \times ٤} + \sqrt[3]{٤}$

$= \sqrt[3]{١٢٥} \times \sqrt[3]{٤} - \sqrt[3]{٢٧} \times \sqrt[3]{٤} + \sqrt[3]{٤}$

$= ٥\sqrt[3]{٤} - ٣\sqrt[3]{٤} + \sqrt[3]{٤}$

$= ٣\sqrt[3]{٤}$

③ $\sqrt[3]{٢٤} + \sqrt[3]{٨١} - ١٢\sqrt[3]{\frac{١}{٩}}$

$= \sqrt[3]{٨} \times \sqrt[3]{٣} + \sqrt[3]{٢٧} \times \sqrt[3]{٣} - ١٢\sqrt[3]{\frac{١}{٩} \times \frac{٣}{٣}}$

$= ٢\sqrt[3]{٣} + ٣\sqrt[3]{٣} - ١٢\sqrt[3]{\frac{٣}{٢٧}}$

$= ٢\sqrt[3]{٣} + ٣\sqrt[3]{٣} - ١٢ \times \frac{١}{٣}\sqrt[3]{٣}$

$= ٢\sqrt[3]{٣} + ٣\sqrt[3]{٣} - ٤\sqrt[3]{٣} = \sqrt[3]{٣}$

④ $٢\sqrt[3]{٤٠} + ٢\sqrt[3]{-٥} - ١٠\sqrt[3]{\frac{١}{٢٥}}$

$= ٢\sqrt[3]{٨} \times \sqrt[3]{٥} + ٢\sqrt[3]{-٥} - ١٠\sqrt[3]{\frac{١}{٢٥} \times \frac{٥}{٥}}$

$= ٤\sqrt[3]{٥} - ٢\sqrt[3]{٥} - ١٠\sqrt[3]{\frac{٥}{١٢٥}}$

$= ٤\sqrt[3]{٣} - ٢\sqrt[3]{٥} - ١٠ \times \frac{١}{٥}\sqrt[3]{٥}$

$= ٤\sqrt[3]{٥} - ٢\sqrt[3]{٥} - ٢\sqrt[3]{٥} =$ صفر

مثال (٣) أختصر لأبسط صورة : $\sqrt[3]{٨١} + \sqrt{١٢} - ٢\sqrt[3]{٣} - ٢\sqrt{٣}$

$= \sqrt[3]{٢٧ \times ٣} - \sqrt{٤ \times ٣} - ٢\sqrt[3]{٣} - ٢\sqrt{٣}$

$= \sqrt[3]{٢٧} \times \sqrt[3]{٣} - \sqrt{٤} \times \sqrt{٣} - ٢\sqrt[3]{٣} - ٢\sqrt{٣}$

$= ٣\sqrt[3]{٣} + ٢\sqrt{٣} - ٢\sqrt[3]{٣} - ٢\sqrt{٣}$

$= \sqrt[3]{٣}$

مثال (٤) إذا كانت أ = $\sqrt[٣]{٥}$ + ١ ، ب = $\sqrt[٣]{٥}$ − ١ أحسب قيمة كل من:

❶ $(أ - ب)^{٥}$ ❷ $(أ + ب)^{٣}$

❶ $(أ - ب)^{٥} = (\sqrt[٣]{٥} + ١ - \sqrt[٣]{٥} - ١)^{٥} = (٢)^{٥} = ٣٢$

❷ $(أ + ب)^{٣} = (\sqrt[٣]{٥} + ١ + \sqrt[٣]{٥} - ١)^{٣} = (\sqrt[٣]{٥})^{٣} = ٥$

مثال (٥) إثبت أن : $(\sqrt[٣]{٥٤} \times \sqrt[٣]{١٦}) \div (\sqrt[٣]{٤} \times ٦) = ١$

$$\frac{\sqrt[٣]{٥٤} \times \sqrt[٣]{١٦}}{\sqrt[٣]{٤} \times \sqrt[٣]{٦ \times ٦ \times ٦}} = \frac{\sqrt[٣]{٨٦٤}}{\sqrt[٣]{٨٦٤}} = ١$$

أجب بنفسك

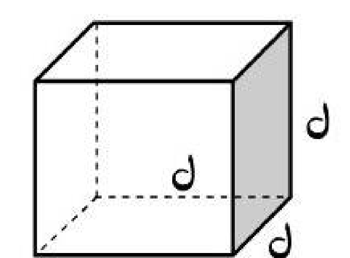
(١) : أختصر لأبسط صورة :-

① $\sqrt[٣]{١٦} - ٢\sqrt[٣]{٥٤} + ٤\sqrt[٣]{٢٥٠}$ ② $\sqrt[٣]{٧٢} + \sqrt[٣]{\frac{١}{٣}} + \sqrt[٣]{-٩}$



تطبيقات علي الأعداد الحقيقية

أولاً : المكعب



هو مجسم جميع أوجهه السته مربعات متطابقة ، جميع أحرفه متساوية الطول .

إذا كان طول حرف المكعب ل فإن :

- حجمه = $ل^٣$
- مساحته الجانبية = ٤ $ل^٢$
- مساحة الوجه الواحد = $ل^٢$
- مساحته الكلية = ٦ $ل^٢$

مثال (١): مكعب حجمه ٢١٥ $سم^٣$. أوجد مساحته الجانبية و مساحته الكلية ؟

حجم المكعب = $ل^٣$ ، ل = $\sqrt[٣]{٢١٥}$ ، ل = ٨ سم

المساحه الجانبية = ٤ $ل^٢$ = ٤ × $(٨)^٢$ = ٤ × ٦٤ = ٢١٦ $سم^٢$

المساحه الكلية = ٦ $ل^٢$ = ٦ × $(٨)^٢$ = ٦ × ٦٤ = ٣٨٤ $سم^٢$

مثال (٢): مكعب مساحته الكلية ١٥٠ $سم^٢$. أوجد طول حرفه وحجمه ؟

المساحه الكلية = ٦ $ل^٢$ = ١٥٠ $سم^٢$

٦ $ل^٢$ = ١٥٠ $سم^٢$

$ل^٢ = \frac{١٥٠}{٦}$

$ل^٢$ = ٢٥ ، ل = ٥ سم

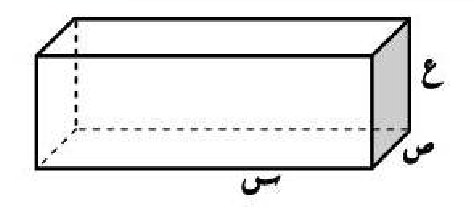
المساحه الجانبية = ٤ $ل^٢$

= ٤ × $(٥)^٢$ = ١٠٠ $سم^٢$

الحجم = $ل^٣$ = $(٥)^٣$ = ١٢٥ $سم^٣$

⊛ أجب بنفسك ⊛

١. مكعب حجمه ١٢٥ $سم^٣$. أحسب مساحته الجانبية ومساحته الكلية ؟
٢. مكعب مساحته الكلية ٢٩٤ $سم^٢$. أحسب حجمه ؟
٣. مكعب مجموع أطوال أحرفه ٦٠ سم . أحسب حجمه ومساحته الجانبية ؟



ثانيا: متوازي المستطيلات

هو مجسم يحتوي علي ستة أوجه مستطيلة كل وجهين متقابلين منها متطابقان.

إذا كان بعدا القاعدة = س ، ص والارتفاع ع فإن :

- المساحه الجانبية = ٢ (س + ص) × ع
- المساحه الكلية = ٢ (س + ص) × ع + ٢ س ص = ٢ (س ص + ص ع + ع س)
- الحجم = س × ص × ع

مثال (١): متوازي مستطيلات ٤ سم ، ٥ سم ، ٧ سم . أوجد :

① مساحته الجانبية ② مساحته الكلية ③ حجمه

المساحه الجانبية = ٢ (س + ص) × ع = ٢ (٤ + ٥) × ٧ = ٢ × ٩ × ٧ = ١٢٦ سم^{٢}

المساحه الكلية = ٢ (س + ص) × ع + ٢ س ص

= ١٢٦ + ٢ × ٤ × ٥ = ١٢٦ + ٤٠ = ١٦٦ سم^{٢}

الحجم = س × ص × ع = ٤ × ٥ × ٧ = ١٤٠ سم^{٣}

مثال (٢): متوازي مستطيلات قاعدته مربعة الشكل ، فإذا كان حجمه ١٨٠ سم^{٣} ، وارتفاعه ٥ سم . أجد مساحته الكلية ؟

الحجم = س × ص × ع = ١٨٠ سم^{٣}

ولكن س = ص ، ع = ٥ سم

س × س × ٥ = ١٨٠

٥ س^{٢} = ١٨٠

س^{٢} = $\frac{١٨٠}{٥}$ = ٣٦

س = ص = ٦ سم

المساحه الكلية = ٢ (س ص + ص ع + ع س)

= ٢ (٦ × ٦ + ٦ × ٥ + ٥ × ٦)

= ٢ (٣٦ + ٣٠ + ٣٠)

= ٢ × ٩٦

= ١٩٢ سم^{٢}

⊛ أجب بنفسك ⊛

❶ متوازي مستطيلات أبعاده ٣ سم ، ٤ سم ، ٥ سم احسب حجمه ومساحته الكلية ؟

❷ حوض بدون غطاء علي شكل متوازي مستطيلات قاعدته مربعة الشكل ،
طول ضلعها ٥ $\sqrt{٣}$ سم وارتفاعه ٢ $\sqrt{٣}$ سم . أوجد مساحته الكلية وحجمه ؟

ثانياً: الدائرة

إذا كانت م دائرة طول نصف قطرها = نق فإن : ($\pi = \frac{٢٢}{٧}$ أو ٣,١٤)

⊛ محيط الدائرة = ٢ π نق ⊛ محيط نصف الدائرة = π نق + ٢ نق

⊛ نصف محيط الدائرة = π نق ⊛ مساحة الدائرة = π نق^{٢}

مثال (١): دائرة طول نصف قطرها ٣ سم . أوجد محيطها ومساحتها ؟ (π = ٣,١٤)

محيط الدائرة = ٢ π نق = ٢ × ٣,١٤ × ٣ = ١٨,٨٤ سم

مساحة الدائرة = π نق^{٢} = ٣,١٤ × (٣)^{٢} = ٢٨,٢٦ سم^{٢}

مثال (٢): دائرة مساحتها ١٥٤ سم^{٢} . أوجد طول نصف قطرها ومحيطها ؟ ($\pi = \frac{٢٢}{٧}$)

مساحة الدائرة = π نق^{٢}

π نق^{٢} = ١٥٤

$\frac{٢٢}{٧}$ نق^{٢} = ١٥٤

نق^{٢} = ١٥٤ × $\frac{٢٢}{٧}$

نق^{٢} = ٤٩ ⟸ نق = ٧ سم

محيط الدائرة = ٢ π نق

المحيط = ٢ × $\frac{٢٢}{٧}$ × ٧ = ٤٤ سم

⊛ أجب بنفسك ⊛

❶ دائرة محيطها ٨٨ سم أوجد مساحتها ؟

❷ دائرة مساحة سطحها ١٦ π سم^{٢} , أوجد طول نصف قطرها ومحيطها ؟

رابعاً: الأسطوانة الدائرية القائمة

هو مجسم له قاعدتان متوازيتان ومتطابقتان وكل منهما على شكل دائرة ، أما السطح الجانبي فهو سطح منحنى يسمي سطح أسطواني .

ع
نق

إذا كان طول نصف قطر قاعدة الأسطوانة = نق ، والارتفاع ع فإن :

* المساحة الجانبية = ٢ π نق × ع
* المساحة الكلية = ٢ π نق × ع + ٢ π نق^٢
* الحجم = π نق^٢ × ع

($\pi = \frac{٢٢}{٧}$ أو ٣,١٤)

مثال (١) : اسطوانة دائرية قائمة ارتفاعها ١٠ سم وطول نصف قطر قاعدتها ١٤ سم . أوجد:

① المساحة الجانبية

المساحة الجانبية = ٢ π نق × ع

= ٢ × $\frac{٢٢}{٧}$ × ١٤ × ١٠ = ٨٨٠ سم^٢

② المساحة الكلية

المساحة الكلية = ٢ π نق ع + ٢ π نق^٢

= ٨٨٠ + ٢ × $\frac{٢٢}{٧}$ × (١٤)^٢ = ٨٨٠ + ١٢٣٢

= ٢١١٢ سم^٢

③ الحجم ($\pi = \frac{٢٢}{٧}$)

الحجم = π نق^٢ × ع

= $\frac{٢٢}{٧}$ × (١٤)^٢ × ١٠

= ٦١٦٠ سم^٣

مثال (٢) : اسطوانة دائرية قائمة ارتفاعها ١٠ سم وحجمها ١٥٤٠ سم^٣ . أوجد مساحتها الكلية ؟

حجم الأسطوانه = π نق^٢ × ع

١٥٤٠ = $\frac{٢٢}{٧}$ نق^٢ × ١٠ ⟸ ١٥٤٠ = $\frac{٢٢٠}{٧}$ نق^٢

نق^٢ = ١٥٤٠ × $\frac{٧}{٢٢٠}$ = ٤٩

نق = $\sqrt{٤٩}$ = ٧ سم

($\pi = \frac{٢٢}{٧}$)

المساحة الكلية = ٢ π نق ع + ٢ π نق^٢

= ٢ × $\frac{٢٢}{٧}$ × ٧ × ١٠ + ٢ × $\frac{٢٢}{٧}$ × (٧)^٢

= ٤٤٠ + ٣٠٨ = ٧٤٨ سم^٢

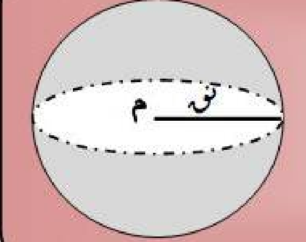
* أجب بنفسك *

❶ اسطوانة دائرية حجمها ٦٤ π سم^٣ وارتفاعها ٤ سم . أوجد مساحتها الكلية ؟

❷ اسطوانة دائرية حجمها ٩٠ π سم^٣ أوجد طول نصف قطرها ومساحتها الجانبية ؟

خامسا: الكرة

هو مجسم سطحه منحني وجميع نقاط سطحه تقع علي أبعاد متساوية من نقطه ثابتة داخل الدائرة ، تسمي النقطة الثابتة مركز الكرة (م) .



إذا كانت م دائرة طول نصف قطرها = نق فإن :

⊛ مساحة الكرة = ٤ π نق^{٢}

⊛ حجم الكرة = $\frac{٤}{٣}$ π نق^{٣}

مثال (١): كرة طول نصف قطرها ٣ سم . أوجد حجمها ومساحة سطحها ؟

حجم الكرة = $\frac{٤}{٣}$ π نق^{٣} = $\frac{٤}{٣}$ × ٣,١٤ × (٣)^{٢} = ١١٣,٠٤ سم^{٣}

مساحة سطح الكرة = ٤ π نق^{٢} = ٤ × ٣,١٤ × (٣)^{٢} = ١١٣,٠٤ سم^{٢}

مثال (٢): كرة حجمها ٢٨٨ π سم^{٣} . أوجد طول نصف قطرها ومساحتها بدلالة π ؟

حجم الكرة = $\frac{٤}{٣}$ π نق^{٣}

$\frac{٤}{٣}$ π نق^{٣} = ٢٨٨ π

$\frac{٤}{٣}$ نق^{٣} = ٢٨٨

نق^{٣} = ٢١٦ سم

نق = ٦ سم

مساحة الكرة = ٤ π نق^{٢}

= ٤ × π × (٦)^{٢}

= ١٤٤ π سم^{٢}

⊛ أجب بنفسك ⊛

١ كرة من المعدن طول قطرها ٦ سم . صهرت وحولت إلي أسطوانة دائرية طول نصف قطر قاعدتها ٣ سم أوجد ارتفاع الأسطوانه ؟

٢ متوازي مستطيلات مصنوع من الرصاص أطوال أحرفه ٧٧ ، ٢٤ ، ٢١ سم . شكلت منه مادة لتكوين كرة أوجد طول نصف قطرها ؟



حل المعادلات والمتباينات من الدرجة الأولي فى متغير واحد فى ح

أولاً : حل معادلات الدرجة الأولى فى ح

الفكرة الرئيسية فى حل المعادلات :

هو ايجاد العدد الحقيقي الذي يحقق هذه المعادلة وذلك من خلال عدة طرق منها :

- ⊛ الإضافة
- ⊛ تحريك الحدود مع تغيير الإشارات

والأمثلة التالية سوف توضح كيفية حل معادلة الدرجة الأولي فى متغير واحد

مثال (١) : أوجد فى ح مجموعة الحل لكل من المعادلات الآتيه ومثلها على خط الأعداد :

① ٢ س − ٣ = ١ ② $\sqrt{٣}$ س + ٢ = ٥ ③ $\sqrt{٢٨}$ س − ٣ = ١١

①

٢ س − ٣ = ١

٢ س = ١ + ٣

٢س = ٤ بالقسمة على ٢

س = ٢

م.ح = { ٢ }

٤- ٣- ٢- ١- ٠ ١ ٢ ٣ ٤

②

$\sqrt{٣}$ س + ٢ = ٥

$\sqrt{٣}$ س = ٥ − ٢

$\sqrt{٣}$ س = ٣

س = $\frac{٣}{\sqrt{٣}} \times \frac{\sqrt{٣}}{\sqrt{٣}}$

س = $\sqrt{٣}$

م.ح = { $\sqrt{٣}$ }

لتمثيل العدد $\sqrt{٣}$ نرسم مثلث قائم الزاوية فيه :

طول احد ضلعي القائمة = $\frac{٣ - ١}{٢}$ = ١

طول الوتر = $\frac{٣ + ١}{٢}$ = ٢

طول الضلع الثالث = $\sqrt{٣}$

٢ ، ١ ، $\sqrt{٣}$ ، و ، ١ ، ٢

③

$\sqrt{٢٨}$ س − ٣ = ١١

$\sqrt{٤ \times ٧}$ س = ١١ + ٣

٢ $\sqrt{٧}$ س = ١٤

س = $\frac{١٤}{٢\sqrt{٧}} \times \frac{\sqrt{٧}}{\sqrt{٧}}$

س = $\sqrt{٧}$

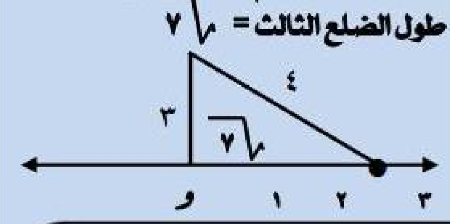
م.ح = { $\sqrt{٧}$ }

لتمثيل العدد $\sqrt{٧}$ نرسم مثلث قائم الزاوية فيه :

طول احد ضلعي القائمة = $\frac{٧ - ١}{٢}$ = ٣

طول الوتر = $\frac{٧ + ١}{٢}$ = ٤

طول الضلع الثالث = $\sqrt{٧}$



⊛ أجب بنفسك ⊛

أوجد فى ح مجموعة الحل لكل من المعادلات الآتية ومثل الحل علي خط الأعداد :-

① ٢س + ٥ = ٤ ② $\sqrt{٥}$ س − ١ = ٤ ③ س − $\sqrt{٣}$ = ٢

ثانياً : حل متباينات الدرجة الأولي في ح

حل المتباينة معناه إيجاد جميع قيم المتغير (س) التى تحقق المتباينة.

مجموعة حل المتباينات فى ح سوف نكتبها على صورة فترة .

وطرق حل المتباينات فى ح تعتمد على خواص علاقة التباين وهى كالآتي :-

بفرض أن : أ ، ب ، جـ ثلاثة أعداد حقيقية فإنه :

- ✓ إذا كان : أ > ب فإن : أ + جـ > ب + جـ (خاصية الإضافة)
- ✓ إذا كان : أ > ب فإن : أ − جـ > ب − جـ (خاصية الحذف)
- ✓ إذا كان : أ > ب (جـ عدد موجب) فإن : أ جـ > جـ ب (خاصية الضرب فى عدد موجب)
- ✓ إذا كان : أ > ب (جـ عدد سالب) فإن : أ جـ < جـ ب (خاصية الضرب فى عدد سالب)
- ✓ إذا كان : أ > ب (جـ عدد موجب) فإن: $\frac{أ}{جـ} > \frac{ب}{جـ}$ (خاصية القسمة على عدد موجب)
- ✓ إذا كان : أ > ب (جـ عدد سالب) فإن : $\frac{أ}{جـ} < \frac{ب}{جـ}$ (خاصية القسمة على عدد سالب)

لاحظ أن : عند ضرب أو قسمة طرفى المتباينة فى او علي عدد سالب يتغير اتجاه علامة التباين

مثال (١) : أوجد فى ح مجموعة الحل لكل من المتباينات الآتيه ومثلها على خط الأعداد :

① ٢ س + ٦ < ٢

٢ س < ٢ − ٦

٢ س < −٤ بالقسمة على ٢

س < −٢

م.ح=] −∞ ، −٢ [

−∞

٤− ٣− ٢− ١− ٠ ١ ٢ ٣ ٤

② ٣ س − ١ ≥ ٢

٣ س ≥ ٢ + ١

٣ س ≥ ٣ بالقسمة على ٣

س ≥ ١

م.ح= [١ ، ∞ [

∞

٤− ٣− ٢− ١− ٠ ١ ٢ ٣ ٤

③ ٢ − ٣ س < ٨

−٣ س < ٨ − ٢

−٣ س < ٦ بالقسمة على −٣

س > −٢

م.ح=] ١ ، ∞ [

∞

٤− ٣− ٢− ١− ٠ ١ ٢ ٣ ٤

④ ٥ س − ٢ > ٢ س + ٧

٥ س − ٢ س > ٧ + ٢

٣ س > ٩ بالقسمة على ٣

س > ٣

م.ح=] ٣ ، ∞ [

∞

٢− ١− ٠ ١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦

مثال (٢) : أوجد في ح مجموعة الحل لكل من المتباينات الآتيه ومثلها على خط الأعداد :

① ٣ < ٢س - ١ < ٩

٣+١ < ٢س < ٩ + ١

٤ < ٢س < ١٠   بالقسمة على ٢

٢ < س < ٥

م.ح =] ٢ ، ٥ [

-٣ -٢ -١ ٠ ١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦

② ٥ < ٣ - ٢س ⩽ ٩

٥ - ٣ < - ٢س ⩽ ٩ - ٣

٢ < - ٢س ⩽ ٦   بالقسمة على -٢

-١ > س ⩾ -٣

م.ح = [-٣ ، -١ [

-٤ -٣ -٢ -١ ٠ ١ ٢ ٣ ٤

③ ٤س ⩽ ٥س + ٢ < ٤س + ٣

(بطرح ٤س)

٠ ⩽ ٥س - ٤س < ٣

٠ ⩽ س < ٣

م.ح = [٠ ، ٣ [

-٤ -٣ -٢ -١ ٠ ١ ٢ ٣ ٤

④ س - ١ ⩽ ٣س - ١ < س + ١

-١ < ٣س - ١ - س ⩽ ١

-١ < ٢س - ١ ⩽ ١

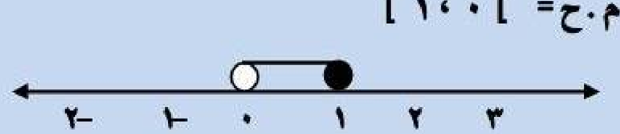
-١+١ < ٢س ⩽ ١+١

٠ < ٢س ⩽ ٢

٠ < ٢س ⩽ ٢   بالقسمة على ٢

٠ < س ⩽ ١

م.ح =] ٠ ، ١]



⊛ أجب بنفسك ⊛

أوجد في ح مجموعة الحل لكل من المتباينات الآتية ومثل الحل علي خط الأعداد :-

① ٣س - ١ > ٨

② ٢ - ٢ س ⩾ -٦

③ -١٦ < ٥ س + ٤ ⩽ ٩

④ ٢س + ١ > ٤س - ٣ > ٢س - ١١